



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

---

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

## CONTROL ÓPTIMO DEL SISTEMA DE ENFRIAMIENTO DE MOTORES DE INDUCCIÓN

# TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS**  
EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA:

**ING. EDGAR ALFREDO JUÁREZ BALDERAS**



México, D.F.

Enero de 2009





# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

### CARTA DE SECCIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D.F., el día 16 del mes de Diciembre del año 2008, el que suscribe Edgar Alfredo Juárez Balderas, alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro A070406, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME – Zacatenco del IPN, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección del Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka y del Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska y cede los derechos del trabajo intitulado: “**CONTROL ÓPTIMO DEL SISTEMA DE ENFRIAMIENTO DE MOTORES DE INDUCCIÓN**” al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o del los directores del trabajo. Este puede ser obtenido a la siguiente dirección [primerjubeda@hotmail.com](mailto:primerjubeda@hotmail.com), [tniewi@ipn.mx](mailto:tniewi@ipn.mx) y/o [lkawecki@ipn.mx](mailto:lkawecki@ipn.mx) Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

---

Edgar Alfredo Juárez Balderas

## **DEDICADO A:**

*Mis padres: Profr. Alfredo Juárez Cortes y Profra. Gudelia Guadalupe Balderas Rodríguez, quienes son parte de mi vida y motivación para mi superación profesional.*

*Mis hermanas Yazmín y Yessenia por su cariño.*

*Mi primo Rafael Navarrete Balderas, por haberme impulsado a seguir adelante.*

*Mis tíos Martina y Arturo Juárez Cortes, por sus sugerencias y disponibilidad de tiempo dedicado al desarrollo de esta investigación.*

*Mis profesores, en especial al Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka y Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska, por todo el apoyo y asistencia a través de mis estudios.*

*Mi querida E.S.I.M.E – I.P.N.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*Agradezco a Dios por haberme dado la existencia, capacidad, salud, bendiciones y la luz para realizar éste proyecto tan importante en mi vida.*

*A mis queridos padres y a toda mi familia que siempre me han brindado su confianza y apoyo incondicional para éste y otros proyectos de mi vida.*

*Al Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka y Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska por sus consejos, tiempo dedicado a este trabajo y por su paciencia ante mi inexperiencia en este ámbito. Así como a los revisores de esta tesis por sus observaciones para mejorar el contenido de este trabajo.*

*A todo el personal que conforma la S.E.P.I. E.S.I.M.E.-ZAC, especialmente a los alumnos y profesores del departamento de ingeniería eléctrica por su disposición y apoyo.*

*Al IPN, P.I.F.I. y a CONACyT por el apoyo económico brindado durante el desarrollo de este trabajo.*

## **RESUMEN**

El estudio del comportamiento energético de los motores eléctricos se basa en su demanda o consumo de energía total, es decir, no se conoce la manera en la que se consume y demanda la energía en los usos finales. En los tiempos actuales, con el creciente énfasis en los precios y la conservación de la energía, la eficiencia energética se ha convertido en un factor importante y aún más para las aéreas industriales. Motivo por el cual, es preciso buscar mejores técnicas para desarrollar nuevas formas de diseñar máquinas eléctricas más eficientes de las que existen actualmente.

En este trabajo se presenta la propuesta de un método de control óptimo, aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito, del enfriamiento de máquinas eléctricas rotatorias, de tal forma que mantenga el régimen térmico correcto de los motores para evitar la disminución de la vida útil de motor por un lado y minimizar el gasto de energía usada para el enfriamiento externo por el otro lado.

El tipo de control que se propone en este trabajo, se basa en el cambio de la velocidad del agente enfriador lo que va influir en el coeficiente de transferencia de calor por convección. El cambio de velocidad del agente enfriador se realizó conectando y/o desconectando en los momentos precisos en el tiempo un ventilador de aire o bomba del agente enfriador líquido.

El estudio se ha realizado sobre dos motores de inducción uno de pequeña potencia y otro de alta potencia, y se comenzó mediante el desarrollo del modelo matemático en dos dimensiones en espacio y una dimensión en tiempo de los procesos de transferencia de calor en la forma general de la ecuación diferencial parcial de segundo orden, de tipo parabólico con condiciones iniciales y de frontera adecuados a este tipo de problemas. La ecuación diferencial de segundo orden de tipo parabólico se resolvió haciendo uso del Método del Elemento Finito.

La investigación se logró por medio de la utilización de un paquete computacional MATLAB® versión R2007a como herramienta de programación y simulación.

Debido al avance alcanzado en trabajos previos referente al comportamiento térmico en los motores eléctricos, es posible validar cualitativamente algunos resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en este trabajo.

## **ABSTRACT**

The study of the behavior of energy towards electric motors based on its demand or total energy consumption, that is, we do not know the way they consume energy demand in the end-uses. At the present time, with increasing emphasis on prices and energy conservation, energy efficiency has become an important factor and even more so for the airline industry. For this reason, we must find better techniques to develop new ways to design more efficient electrical machines to the ones that exist today.

This paper presents a proposed method for optimal control, using a model with variable structure in finite element, the cooling of rotating electrical machines, so as to maintain the proper thermal regime of the engines to prevent a reduction of motor life usefulness for one side, and minimize the cost of energy used for outside cooling on the other side.

The type of control that is proposed in this work is based on the change of velocity of the cooler agent which will influence on the rate of heat transfer by convection. The speed change cooler agent connecting or disconnecting at a precise moment in time a fan or a pump for the liquid coolant agent.

The study was carried out on two induction motors in a small power and high power, and began by developing the mathematical model in two dimensions in space and time dimension of the processes of heat transfer in general partial differential equation of second order of parabolic type with initial and boundary conditions appropriate to this kind of problem. The second order differential equation of parabolic type are solved using the finite element method.

The research was achieved through use of a computer package MATLAB as a tool for programming and simulation.

Due to the progress made in previous works, concerning the thermal behavior in electric motors, it is possible to validate some qualitative results of simulations made in this work.

# ÍNDICE

Resumen.....	IV
Abstract.....	V
Lista de figuras .....	IX
Lista de tablas.....	XIII
Nomenclatura y abreviaciones.....	XIV

## **CAPÍTULO 1: INTRODUCCION**

1.1 Generalidades.....	1
1.2 Definición del problema .....	2
1.3 Objetivo de la tesis.....	4
1.4 Justificación .....	5
1.5 Estado del Arte.....	6
1.5.1 Trabajos realizados en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación del I.P.N . .....	10
1.6 Alcance.....	10
1.7 Aportaciones.....	11
1.8 Estructura de la tesis.....	12

## **CAPÍTULO 2: CONTROL DE ENFRIAMIENTO EXTERNO DE MOTORES ELECTRICOS**

2.1 Introducción .....	14
2.2 Control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias.....	17
2.3 Aplicación del control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el estator y rotor del motor eléctrico.....	19

## **CAPÍTULO 3: MODELO MATEMATICO DE CAMPOS DE TEMPERATURA GENERADAS POR PÉRDIDAS ELECTRICAS Y/O MAGNETICAS EN MÁQUINAS ELECTRICAS ROTATORIAS**

3.1 Introducción .....	20
3.2 Modelo matemático 2D+1 de transferencia de calor.....	21
3.3 Descripción del análisis del análisis de elemento finito para el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria.....	23

3.3.1	<i>Solución en elemento finito del modelo de transferencia de calor aplicando simulación digital.....</i>	25
3.3.1.1	<i>Suposiciones y consideraciones.....</i>	25
3.3.1.2	<i>Simulación digital en elemento finito del modelo de transferencia de calor .....</i>	26
3.3.2	<i>Estructura variable en elemento finito para la determinación de temperaturas generadas en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria .....</i>	31

**CAPÍTULO 4: CONTROL DE ENFRIAMIENTO EXTERNO DE MOTORES ELECTRICOS  
APLICANDO UN MODELO CON ESTRUCTURA VARIABLE EN  
ELEMENTO FINITO**

4.1	<i>Introducción .....</i>	34
4.2	<i>Criterio de optimización para evitar el desperdicio de energía en el sistema de enfriamiento externo.....</i>	35
4.2	<i>Sistema de control de enfriamiento externo aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito .....</i>	39
4.4	<i>Algoritmo e interpretación del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.....</i>	40
4.4.1	<i>Interpretación del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.....</i>	41
4.4.2	<i>Algoritmo del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.....</i>	42

**CAPÍTULO 5: PRUEBAS Y ANALISIS DE RESULTADOS**

5.1	<i>Introducción .....</i>	44
5.2	<i>Simulaciones realizadas para el motor 1y 2.....</i>	44
5.2.1	<i>Simulaciones realizadas para el motor 1.....</i>	46
5.2.1	<i>Simulaciones realizadas para el motor 2.....</i>	49
5.3	<i>Análisis de resultados de las simulaciones realizadas para el motor 1y 2 .....</i>	53

**CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS**

6.1	<i>Introducción .....</i>	60
6.1	<i>Conclusiones .....</i>	60
6.2	<i>Contribuciones .....</i>	61
6.2	<i>Sugerencias para trabajos futuros .....</i>	62



<b>REFERENCIAS</b> .....	63
<b>APENDICE A:</b> “DATOS DE DISEÑO DEL NUCLEO DEL ESTATOR Y ROTOR [MÁQUINA 1 Y MÁQUINA 2]” .....	71
<b>APENDICE B:</b> “ANÁLISIS POR MEF PARA EL NUCLEO DEL ESTATOR Y ROTOR DE LA MAQUINA ELECTRICA ROTATORIA]” .....	73
<b>APENDICE C:</b> “LISTADO DE PROGRAMAS” .....	77
<b>APENDICE D:</b> “VARIANTES COSTRUCTIVAS SEGÚN EL METODO DE ENFRIAMIENTO” .....	89
<b>APENDICE E:</b> “ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TERMICO DE LAS MAQUINAS ELECTRICAS ROTATORIAS ” .....	92
<b>APENDICE F:</b> “TEMPERATURAS LIMITES DE LOS MATERIALES AISLANTES” .....	98
<b>APENDICE G:</b> “VALORES APROXIMADOS DEL COEFICIENTE DE TRASFERENCIA DE COLOR CONVECTIVO” .....	99

# LISTA DE FIGURAS

	Pág.
<b>CAPÍTULO 2:</b>	
Fig. 2.1 Ejemplos de sistemas de ventilación para máquinas eléctricas rotatorias.....	15
Fig. 2.2 Esquema general, propuesto para el diseño del control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias.....	18
Fig. 2.3 Proceso esencial de construcción del motor virtual, para la determinación de temperaturas generadas en un motor eléctrico .....	19
<b>CAPÍTULO 3:</b>	
Fig. 3.1 Geometría del estator y rotor del motor eléctrico a estudiar. (a) motor 1: de pequeña potencia, (b) motor 2: de alta potencia.....	22
Fig. 3.2 Segmentos del corte axial del estator y rotor del motor 1 y motor 2.....	23
Fig. 3.3 Mallado de elementos triangulares sobre el dominio $\bar{\Omega}$ del motor 1.....	28
Fig. 3.4 Mallado de elementos triangulares sobre el dominio $\bar{\Omega}$ del motor 2.....	28
Fig. 3.5 Resultados de la simulación. Temperaturas en el corte del estator y rotor del motor 1 para $t=1800$ seg.....	29
Fig. 3.6 Resultados de la simulación. Temperaturas en el corte del estator y rotor del motor 2 para $t=1800$ seg.....	30
Fig. 3.7 Diagrama a bloques del motor virtual con estructura variable en elemento finito para generar el comportamiento térmico en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica con respecto al tiempo para diferentes regímenes de trabajo .....	32
<b>CAPÍTULO 4:</b>	
Fig. 4.1 Máquina eléctrica con sistema de ventilación abierto de impulsión independiente con toma del agente enfriador del exterior por cañería y la expulsión al exterior por tubería.....	34

Fig. 4.2	<i>Curva de calentamiento y enfriamiento de una máquina eléctrica rotatoria, señalando los límites de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento .....</i>	36
Fig. 4.3	<i>Sistema de control de enfriamiento externo, aplicando el modelo con estructura variable .....</i>	39
Fig. 4.4	<i>Algoritmo para el control de enfriamiento externo de motores eléctricos aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito.....</i>	42, 43

**CAPÍTULO 5:**

Fig. 5.1	<i>Resultados de simulación 1 .....</i>	46
Fig. 5.2	<i>Resultados de simulación 2 .....</i>	46
Fig. 5.3	<i>Resultados de simulación 3 .....</i>	47
Fig. 5.4	<i>Resultados de simulación 4 .....</i>	47
Fig. 5.5	<i>Resultados de simulación 5 .....</i>	47
Fig. 5.6	<i>Resultados de simulación 6 .....</i>	47
Fig. 5.7	<i>Resultados de simulación 7 .....</i>	47
Fig. 5.8	<i>Resultados de simulación 8 .....</i>	47
Fig. 5.9	<i>Resultados de simulación 9 .....</i>	48
Fig. 5.10	<i>Resultados de simulación 10 .....</i>	48
Fig. 5.11	<i>Resultados de simulación 11 .....</i>	48
Fig. 5.12	<i>Resultados de simulación 12 .....</i>	48
Fig. 5.13	<i>Resultados de simulación 13 .....</i>	48
Fig. 5.14	<i>Resultados de simulación 14 .....</i>	48

---

<i>Fig. 5.15</i>	<i>Resultados de simulación 15</i> .....	49
<i>Fig. 5.16</i>	<i>Resultados de simulación 16</i> .....	49
<i>Fig. 5.17</i>	<i>Resultados de simulación 17</i> .....	49
<i>Fig. 5.18</i>	<i>Resultados de simulación 18</i> .....	49
<i>Fig. 5.19</i>	<i>Resultados de simulación 19</i> .....	50
<i>Fig. 5.20</i>	<i>Resultados de simulación 20</i> .....	50
<i>Fig. 5.21</i>	<i>Resultados de simulación 21</i> .....	50
<i>Fig. 5.22</i>	<i>Resultados de simulación 22</i> .....	50
<i>Fig. 5.23</i>	<i>Resultados de simulación 23</i> .....	50
<i>Fig. 5.24</i>	<i>Resultados de simulación 24</i> .....	50
<i>Fig. 5.25</i>	<i>Resultados de simulación 25</i> .....	51
<i>Fig. 5.26</i>	<i>Resultados de simulación 26</i> .....	51
<i>Fig. 5.27</i>	<i>Resultados de simulación 27</i> .....	51
<i>Fig. 5.28</i>	<i>Resultados de simulación 28</i> .....	51
<i>Fig. 5.29</i>	<i>Resultados de simulación 29</i> .....	51
<i>Fig. 5.30</i>	<i>Resultados de simulación 30</i> .....	51
<i>Fig. 5.31</i>	<i>Resultados de simulación 31</i> .....	52
<i>Fig. 5.32</i>	<i>Resultados de simulación 32</i> .....	52
<i>Fig. 5.33</i>	<i>Resultados de simulación 33</i> .....	52
<i>Fig. 5.34</i>	<i>Resultados de simulación 34</i> .....	52
<i>Fig. 5.35</i>	<i>Resultados de simulación 35</i> .....	52
<i>Fig. 5.36</i>	<i>Resultados de simulación 36</i> .....	52

<i>Fig. 5.37</i>	<i>Distribuciones de temperaturas en el proceso de calentamiento - enfriamiento a)máquina 1, b) máquina 2 .....</i>	<i>54</i>
<i>Fig. 5.38</i>	<i>Simulaciones para la máquina 1 utilizando coeficientes de transferencia de calor no adecuados para el sistema de enfriamiento externo .....</i>	<i>55</i>
<i>Fig. 5.39</i>	<i>Simulaciones para la máquina 2 utilizando coeficientes de transferencia de calor no adecuados para el sistema de enfriamiento externo .....</i>	<i>56</i>
<i>Fig. 5.40</i>	<i>Ejemplos donde no existe sobrecalentamiento en el núcleo del estator y rotor para el motor 2 .....</i>	<i>57</i>
<i>Fig. 5.41</i>	<i>Simulación que muestra las temperaturas máximas admisibles de calentamiento y enfriamiento en el núcleo del estator de la máquina 2 ....</i>	<i>58</i>
<i>Fig. 5.42</i>	<i>Ubicación del nodo de temperatura máxima en el estator para los tiempos : 200, 400, 600, 800 y 1000 seg. ....</i>	<i>59</i>

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
<b>CAPÍTULO 3:</b>	
<i>Tabla 3.1 Características de diseño de las máquinas eléctricas a investigar.....</i>	22
<i>Tabla 3.2 Datos de los materiales de la máquina eléctricas rotatoria a investigar.....</i>	27
<b>CAPÍTULO 5:</b>	
<i>Tabla 5.1 Datos para obtener resultados de simulaciones para el motor 1 y 2 a investigar.....</i>	45
<i>Tabla 5.2 Datos para obtener resultados de simulaciones para el motor 1 y 2 a investigar.....</i>	45
<i>Tabla 5.3 Datos para obtener resultados de simulaciones para el motor 1 y 2 a investigar.....</i>	46
<i>Tabla 5.4 Recopilación de información de la matriz de temperaturas, del motor virtual para la simulación 23 realizada de la sección 5.2 .....</i>	58

## NOMENCLATURA Y ABREVIACIONES.

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$R$	Resistencia óhmica
$I$	Corriente
$\alpha$	Coefficiente de transferencia de calor por convección
$V_a$	Vida del aislante
$T$	Temperatura absorbida a que se le somete un aislante
$a$	Constante empírica
$b$	Constante empírica
$D^2L=\{(D_o2,L)\cup\{D_i2,L\}\}$	Relación geométrica del motor eléctrico, donde $D_o$ es el diámetro exterior del estator o rotor y $D_i$ es el diámetro interior del estator o rotor; $L$ es la longitud del núcleo del estator o rotor
Modelo matemático 2D+1	Modelo matemático en 2 dimensiones en espacio y una dimensión en tiempo
$t$	Tiempo
$\rho$	Densidad
$C$	Calor específico
$k$	Conductividad térmica
$T(x,y,t)$	Temperaturas
$T_o(x,y)$	Temperatura inicial
" $T_o$ "	Representa el vector de valores iniciales de temperatura
$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$	Operador del gradiente
$\vec{n}$	Vector normal a la superficie de transferencia de calor por convección
$\alpha$	Coefficiente de transferencia de calor por convección
$\alpha_{2estator}$	Coefficiente de transferencia de calor por convección en el lado de la carcasa de estator
$\alpha_{1rotor}$	Coefficiente de transferencia de calor por convección en el lado del entrehierro de rotor
$\alpha_{1estator}$	Coefficiente de transferencia de calor por convección en el lado del entrehierro de estator
$\alpha_{OFF}$	Coefficiente de transferencia de calor convectiva sin enfriamiento externo
$\alpha_{ON}$	Coefficiente de transferencia de calor convectiva con enfriamiento externo

$f(x, y)$	<i>Intensidad de las fuentes internas de calor generado por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en devanado y circuito magnético del estator y/o rotor</i>
$\Omega$	<i>Dominio continuo de transferencia de calor</i>
$\Omega_{Cu} \subset \Omega$	<i>Dominio continuo de transferencia de calor correspondiente al devanado del motor</i>
$\Omega_{Fe} \subset \Omega$	<i>Dominio continuo de transferencia de calor correspondiente al circuito magnético del motor</i>
$\Omega_{CETC} \subset \Omega$	<i>Corte del espacio de transferencia de calor a investigar</i>
$\bar{\Omega}$	<i>Dominio discreto de transferencia de calor</i>
$\partial\Omega$	<i>Fronteras del dominio continuo <math>\Omega</math></i>
$t$	<i>Tiempo</i>
$t_{iON}$	<i>Instante de tiempo de conexión de el sistema de enfriamiento externo</i>
$t_{iOFF}$	<i>Instante de tiempo de desconexión de el sistema de enfriamiento externo</i>
$t_{TE}$	<i>Tiempo de trabajo del sistema de enfriamiento</i>
$t_{Fin}$	<i>Tiempo final</i>
$\Delta t_i$	<i>Tiempo de conexión del sistema de enfriamiento externo</i>
$(x_i, y_i)$	<i>Coordenada del espacio, abscisa y ordenada respectivamente en el nodo i-ésimo</i>
$x, y$	<i>Coordenada del espacio, abscisa y ordenada respectivamente</i>
“p,e,t”	<i>Representan matrices de los parámetros de la malla generada por el MEF</i>
“c,a,d”	<i>Representan los vectores de los coeficientes de los parámetros para la EDP</i>
“b”	<i>Representa la matriz de coeficientes de transferencia de calor convectiva de las condiciones de frontera establecidas</i>
“b <sup>OFF</sup> ”	<i>Matriz de coeficientes de transferencia de calor convectiva del sistema de enfriamiento externo desconectado</i>
“b <sup>ON</sup> ”	<i>Matriz de coeficientes de transferencia de calor convectiva del sistema de enfriamiento externo conectado</i>
$f_m = [f_{Cu}, f_{Fe}]$	<i>Representa la matriz de intensidades de las fuentes internas de calor generadas en el motor eléctrico</i>
$i$	<i>Nodo i-ésimo</i>
$\Delta T$	<i>Diferencia de temperaturas</i>
$T_{ADM}$	<i>Temperatura máxima admisible</i>
$T_{MIN ADM}$	<i>Temperatura mínima admisible</i>
$T_{MAX}$	<i>Temperatura máxima generada en el estator o rotor del motor eléctrico</i>



$T_{MAX OFF}$	Temperatura máxima generada en el motor cuando el sistema de enfriamiento esta desconectado
$T_{MAX ON}$	Temperatura máxima generada en el motor cuando el sistema de enfriamiento esta conectado
Cu	Cobre, devanado, circuito eléctrico
Fe	Acero, circuito magnético
$Q_{de}$	Coficiente de generación de calor en el devanado del estator y/o rotor
$Q_{cem}$	Coficiente de generación de calor en el circuito magnético del estator y/o rotor
$Q_{ENF}$	Representa el gasto de la energía necesaria para el enfriamiento externo
$\chi$	Representa el vector de coordenadas en el vértice de la malla de elemento finito sobrepuesta al corte del estator y/o rotor
P	Potencia del ventilador o bomba del agente enfriador
J	Índice de optimización

**Abreviaciones:**

*S.E.P.I*  
*E.S.I.M.E*  
*I.P.N.*  
*S.I.P.*  
*P.I.F.I.*  
*MATLAB*  
*EDP*  
*MEF*  
*MDF*  
*AIEE*  
*Toolbox PDEtool*  
*GUI*

**Significado**

*Sección de Estudios de Posgrado e Investigación*  
*Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica*  
*Instituto Politécnico Nacional*  
*Secretaria de Investigación y Posgrado*  
*Programa Institucional de Formación de Investigadores*  
*MATrix LABORatory.*  
*Ecuación Diferencial Parcial*  
*Método del Elemento Finito*  
*Método de Diferencias Finitas*  
*American Institute of Electrical Engineers*  
*Partial Differential Equation Toolbox*  
*Graphical User Interface*

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

### **1.1 Generalidades**

En este trabajo de tesis se presenta una parte de la investigación realizada dentro del proyecto titulado “Desarrollo de modelos de máquinas eléctricas para minimizar pérdidas de energía” con clave de registro SIP-20080082.

La finalidad principal de esta investigación es desarrollar un método de control óptimo del sistema de enfriamiento externo de motores eléctricos, utilizando el análisis del modelo matemático en dos dimensiones en espacio y una dimensión en tiempo (2D+1) en elemento finito de los cambios de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas dentro de los motores eléctricos, así como también mantener el régimen térmico correcto de los motores eléctricos para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase sus valores admisibles por un lado y minimizar los gastos de energía para el proceso de enfriamiento por el otro lado.

En la ejecución del proyecto, participan investigadores de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (S.E.P.I.), de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (E.S.I.M.E.) de la unidad profesional “Adolfo López Mateos” del Instituto Politécnico Nacional (I.P.N.), y estudiantes del Programa Institucional de Formación de Investigadores (P.I.F.I.).

La metodología que se propone para el control óptimo aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito del enfriamiento de máquinas eléctricas, se logró a través de la utilización de un paquete computacional MATLAB® versión R2007a, como herramienta de programación y simulación. El estudio se ha realizado sobre dos motores de inducción (uno de pequeña potencia y otro de alta potencia), y se comenzó mediante el desarrollo del modelo matemático 2D+1 de los procesos de transferencia de calor en la forma general de la ecuación diferencial parcial (EDP) de segundo orden, de tipo parabólico con condiciones iniciales y de frontera adecuadas a este tipo de problemas. Para dar solución a esta EDP se le aplicó el Método del Elemento Finito (MEF) para obtener la distribución de temperaturas dentro del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria y posteriormente se logró un control óptimo del sistema de enfriamiento externo en los motores eléctricos.

En este trabajo se recurre al “motor virtual” desarrollado en [60] para obtener las temperaturas a través de “sensores de temperatura virtuales”.

## 1.2 Definición del problema

Los motores son máquinas eléctricas las cuales han tenido mayor aplicación en la industria y artefactos electrodomésticos. Considerando que de la energía total generada en el mundo, aproximadamente el 60% la consumen los motores eléctricos [3].

Estas máquinas son los principales convertidores de energía eléctrica a mecánica, durante esta conversión se desarrolla energía calorífica la cual no se utiliza, por lo que se le ha denominado pérdida de energía [4, 5,6,7,8].

Las pérdidas por su naturaleza se pueden clasificar en 4 áreas: pérdidas en los conductores, pérdidas en el núcleo, pérdidas por fricción y ventilación y pérdidas adicionales [3].

1.- Pérdidas en los conductores. Se dividen en dos zonas: estator ( $RI^2$  en las bobinas del estator) y rotor ( $RI^2$  en los bobinados del rotor). Estas pérdidas dependen del cuadrado de la corriente, es decir se originan por la circulación de corriente eléctrica a través de un conductor, manifestándose en forma de calor tanto en el estator como en el rotor. [5, 13].

2.- Pérdidas en el núcleo magnético. Estas tienen dos componentes, las pérdidas por corrientes de eddy (varían con el cuadrado de la frecuencia) y las pérdidas por el fenómeno de histéresis (varían directamente con la frecuencia), estas pérdidas son debidas a alteraciones del campo magnético en el material activo<sup>1</sup> del estator y el rotor incluyendo las pérdidas superficiales en la estructura magnética del motor [3, 9, 10].

3.- Pérdidas por fricción y ventilación. Estas pérdidas son debidas a la fricción en los rodamientos y a las pérdidas por resistencia del aire al giro del ventilador y de otros elementos rotativos del motor. La fricción en los rodamientos es una función de las dimensiones de este, de la velocidad, del tipo de rodamiento, de la carga y de la lubricación usada. Estas pérdidas quedan relativamente fijadas para un tipo de diseño, y debido a que constituyen un porcentaje pequeño de las pérdidas totales del motor, los cambios que se pueden hacer en el diseño para reducirlas no afectan significativamente la eficiencia del motor [3, 11, 12].

---

<sup>1</sup> Los materiales activos de la máquina eléctrica son piezas destinadas directamente para el proceso de transformación de la energía (circuitos magnéticos, los conductores de los devanados, los espacios entre los circuitos magnéticos y los conductores de los devanados).

4.- Pérdidas adicionales en carga. Son pérdidas residuales difíciles de determinar por medio de mediciones directas o de cálculos. La naturaleza de estas pérdidas es muy compleja, están en función de muchos factores de diseño y de fabricación del motor. Algunos de los elementos que influyen en éstas pérdidas son: el diseño del devanado, la relación entre la magnitud del entrehierro y la abertura de las ranuras, la relación entre el número de las ranuras del estator y del rotor, la inducción en el entrehierro, las condiciones en la superficie del rotor, el tipo de contacto superficial entre las barras y las laminaciones del rotor [3,4,14].

Estas pérdidas descritas anteriormente provocan el calentamiento de las diversas piezas de la máquina, y por consiguiente afectan su vida útil<sup>2</sup>, así como la capacidad o potencia de salida, alterando la eficiencia de la máquina, lo que genera un problema financiero importante en el consumo de la energía, por lo que es necesario un correcto diseño de los sistemas de enfriamiento que controlen las temperaturas máximas generadas dentro de los motores.

La transmisión de calor debido a éstas pérdidas en los motores eléctricos es por conducción y convección, esto conduce al uso más generalizado de la computadora como una herramienta de trabajo aplicada a procesos de solución mediante el uso de métodos numéricos lo que es posible simular digitalmente en forma puntual los modelos matemáticos de gran parte de los fenómenos que se presentan en una máquina eléctrica real [15,16].

Tomando en cuenta lo anterior, en este trabajo se propone un método de control óptimo para el enfriamiento externo de motores eléctricos a partir de valores de temperatura que se presentan dentro del estator y rotor del motor eléctrico.

---

<sup>2</sup> Cuando se habla de la vida útil del motor en este trabajo, se referirá al tiempo previsto del uso del motor a la disminución y envejecimiento del aislamiento que influye del aumento de temperaturas.

### 1.3 Objetivo de la tesis

**Objetivo General:**

Desarrollar un método de control óptimo que minimice los gastos de energía para el proceso de enfriamiento externo de motores eléctricos, aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito.

**Objetivos Específicos:**

- 1) Desarrollar el control de temperatura máxima generada dentro del motor para que no sobrepase su valor admisible manteniendo un régimen térmico correcto para evitar la disminución de la vida útil del motor.
- 2) Minimizar los gastos de energía para el proceso de enfriamiento.

## 1.4 Justificación

Durante los últimos años la demanda de la energía ha crecido enormemente. El suministro de tales cantidades de energía plantea muchos problemas, como la limitación de los combustibles fósiles de que disponemos (el carbón, el petróleo y el gas natural); Las fuentes de energía renovables (la energía nuclear, energía solar, hidroeléctrica, geotérmica, etc.) pueden utilizarse como alternativas, pero aún hay que trabajar mucho en este terreno hasta que resulten visibles a gran escala. Hay una postura evidente que afrontar: consumir menos energía, se ha estimado que de la energía total generada en el mundo, aproximadamente el 60 % la consumen los motores eléctricos de pequeña y alta potencia [3], con un costo de operación para cada motor que oscila alrededor del 90 al 95% y un costo de inversión para cada uno de ellos del 5 al 10%.[17]

Debido a que en los motores eléctricos se desarrolla energía calorífica, y que no es utilizada, por lo que se le ha denominado pérdida de energía; estas pérdidas de energía se encuentran en un rango del 5 al 25% de la potencia de entrada [7, 12]. El impacto que se tienen sobre ella da un valor a la eficiencia total del motor. Estudios desarrollados a lo largo de la fabricación de máquinas eléctricas se han distinguido tres líneas de investigación para mejorar la situación actual de la eficiencia de los motores: (i) buscar métodos aceptables para encontrar en forma precisa las pérdidas que se presentan en la máquina, (ii) desarrollar nuevas formas de diseñar máquinas más eficientes de las que existen actualmente, (iii) aplicar los avances en la tecnología de la electrónica de potencia para mejorar la eficiencia de operación en las máquinas eléctricas [2]; sin embargo la propuesta de esta tesis es mantener el régimen térmico correcto de los motores para evitar la disminución de la vida útil del motor por un lado y minimizar el gasto de energía usada para el enfriamiento externo por el otro lado.

Este tipo de control se puede realizar en dos diferentes maneras: la primera consta en el decremento de la temperatura del agente enfriador que circula dentro o fuera de la máquina, y la segunda en el cambio de la velocidad del agente enfriador lo que va a influir en el coeficiente de transferencia de calor por convección  $\alpha$ . El cambio de la velocidad del agente enfriador se puede realizar conectando y/o desconectando en los momentos precisos en el tiempo un ventilador de aire, o bomba del agente enfriador líquido [46], por tal motivo en este trabajo se propone un control óptimo, aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito del enfriamiento externo de máquinas eléctricas.

## 1.5 Estado del arte

El principio del funcionamiento de la máquina eléctrica rotatoria reside en el fenómeno de “magnetismo de rotación” descubierto en 1824 por F. D. Arago y explicado más tarde en el año de 1831 por Michel Faraday [26]; el experimento de Arago consistía en un disco de cobre el cual se ponía en movimiento por medio de un imán giratorio y no por un campo giratorio creado por un dispositivo inmóvil, como lo es el estator en las máquinas modernas. Sin embargo la primera demostración que se recuerda de rotación producida por medios electromagnéticos fue hecha por Michael Faraday en la Institución Real en Londres en 1821 [27].

U. Bailey inventó en el año de 1879 un aparato en el cual el desplazamiento espacial del campo magnético se realizaba con ayuda de un dispositivo inmóvil compuesto por cuatro electroimanes dispuestos a igualar distancias del eje de rotación del disco de cobre [26].

Al descubrimiento del fenómeno del campo magnético giratorio en su concepción actual llegaron independientemente uno de otro en el año 1888 por el científico italiano G. Ferrari y el científico e inventor croata N. Tesla. A partir de ese año y principalmente 1896 el diseño de las máquinas eléctricas rotatorias eran completamente funcionales y reconocidas, por tal motivo estuvieron disponibles en el comercio.

A partir de 1970 surgió la nueva era del diseño de motores eléctricos debido a los avances tecnológicos en los proceso de fundición, obteniendo mejoras en la calidad del acero, en los aislamientos y en las características de construcción, dando como resultados motores más pequeños con un rendimiento considerable en la economía de los costos de producción.

Sin embargo, estos adelantos en el diseño de las máquinas eléctricas no estuvieron enfocados directamente a la reducción de pérdidas de energía; el principal esfuerzo de diseño se dirigió hacia los costos iniciales de los materiales de las máquinas eléctricas y no hacia el aumento de la eficiencia.

Como se sabe hasta hoy en día, la transformación de la energía en la máquina eléctrica está íntimamente relacionada con pérdidas [por rozamiento de las piezas en rotación (pérdidas mecánicas), al pasar corrientes por los conductores de los devanados (pérdidas eléctricas), y debidas a las variaciones periódicas de los flujos en los circuitos magnéticos (pérdidas magnéticas)], que se desprenden en forma de calor (energía térmica) en sus piezas activas y constructivas<sup>3</sup>. El proceso por el cual tiene lugar el transporte de la energía se conoce como flujo o transferencia de calor [26,28].

---

<sup>3</sup> Las piezas constructivas son las piezas que no participan directamente en el proceso de transformación de la energía.

La transferencia de energía forma parte de la teoría de calor. Ésta teoría fue publicada en 1824 en París bajo la formulación “Reflexiones sobre la fuerza motriz del calor y sobre las máquinas capaces de desarrollar esta fuerza” por Nicolas Léonard Sadi Carnot [29], en donde expuso los dos primeros principios de la termodinámica<sup>4</sup> dados a conocer a mediados del siglo XIX; y en cuyo contexto contenía *“Para analizar el principio de la obtención del movimiento a partir del calor en toda su extensión, es necesario estudiarlo independientemente de cualquier tipo de agente, así al utilizar razonamientos aplicables no sólo a las máquinas de vapor sino a cualquier máquina térmica imaginable, cualquiera que sea la sustancia puesta en acción y el medio por el cual se actúa sobre ella”*, sin embargo, este trabajo fue poco comprendido por parte de sus contemporáneos.

En 1834 el trabajo de Carnot, fue reelaborado y publicado por Émile Clapeyron [30] en la revista de la Escuela Politécnica de Paris. Esta exposición tuvo un carácter matemático más riguroso, Clapeyron utilizó la representación gráfica de los procesos térmicos.

En la década 1840 fué formulada la Ley de la Conservación de la Energía, conocida como primer principio de la termodinámica<sup>4</sup> y considerada como la más importante de la naturaleza. Julius Von Mayer y James Prescott Joule descubren la relación entre calor y energía [30].

A principios del año de 1850, las ideas de Carnot fueron plenamente comprendidas. Estas ideas, así como la Ley de la conservación de la energía sirvieron de base a las investigaciones de Thomson y Clausius, [30] en las cuales tiene su fundamento la termodinámica.

Con el desarrollo de la teoría de calor se perfeccionaron sus postulados generales. A principios del siglo XIX la atención principal se dedicó a la transformación del calor en trabajo. En la segunda mitad del siglo XIX los científicos e ingenieros comenzaron a presentarle más atención a los procesos de intercambio térmico.

Hoy en día la termodinámica y la transferencia de calor en el estudio térmico en las máquinas eléctricas rotatorias son aspectos fundamentales en el desarrollo científico y tecnológico tratando de obtener mejoras en la eficiencia del motor eléctrico.

Tradicionalmente, los estudios térmicos de las máquinas eléctricas se han obtenido por técnicas analíticas, o por medio de circuitos térmicos equivalentes usando modelos con parámetros concentrados. Estos modelos son en esencia un circuito eléctrico equivalente al modelo térmico, en el cual se supone que los devanados y los circuitos magnéticos del motor de inducción son cuerpos homogéneos, es decir los representan con resistencias eléctricas y solo se puede hacer el análisis de temperatura en estado estable.

---

<sup>4</sup> Primer principio de la termodinámica: “aunque la energía adopta numerosas formas, la cantidad total de energía es constante y cuando ésta desaparece en una forma, aparece simultáneamente en otra”. Segundo principio de la termodinámica: “La cantidad de entropía de cualquier sistema aislado termodinámicamente tiende a incrementarse con el tiempo, hasta alcanzar un valor máximo”[28]



Actualmente, los diseñadores de máquinas eléctricas, tratando de obtener mejoras en la eficiencia de los motores eléctricos, se han auxiliado de modelos matemáticos que utilizan para sus ensayos y pruebas, tomando como herramientas los avances en las técnicas de solución por medio de métodos numéricos (esquemas de diferencias finitas, técnicas numéricas e integrales y formulaciones variacionales), y de las crecientes velocidades de procesamiento en las computadoras.

Los métodos más comunes para resolver este tipo de modelos son el Método del Elemento Finito (MEF), y el Método de Diferencias Finitas (MDF). Estos métodos son aplicables a todos los problemas de mecánica del medio continuo, y problemas físicos en general, que sean definidos por ecuaciones diferenciales, y se pueden aplicar a elementos compuestos de diferentes materiales, con propiedades físicas distintas [31,67,68]. Estos métodos son los más convenientes para el análisis de sistemas complejos.

El MEF se introdujo por primera vez para el análisis térmico del núcleo del estator de los grandes turbogeneradores por A. F. Armor y Chari en el año de 1976 [20,32]. Sin embargo su trabajo está limitado debido a que en su estudio no considera la influencia de calor en las bobinas del estator. En 1980 A. F. Armor empleo el MEF para resolver el flujo de calor transitorio en el rotor de grandes turbogeneradores [20,32]. En ese mismo año Sarkar también ocupó el MEF para determinar en forma matricial el campo térmico en motores de inducción [20,33].

G. Henneberger, K. Ben Yahia y M. Schmitz en su trabajo publicado en 1995, "Calculation and identification of a thermal equivalent circuit of a water cooled induction motor for electric vehicle applications" utilizan un circuito equivalente térmico para calcular el comportamiento dinámico de la temperatura de la máquina eléctrica. Este circuito equivalente es un modelo de parámetros concentrados, siendo mejor al que han venido utilizando la mayor parte de los diseñadores de máquinas eléctricas, pero la estructura de este tipo de modelo sigue considerando a los elementos activos generadores de calor en el motor como si fueran cuerpos homogéneos [34].

En 1998, A. Shenkman y M. Chertkov en su trabajo "Methods of no-load thermal testing of induction motors" proponen un circuito equivalente térmico un poco menos complejo que el presentado por el autor de la referencia [34] y una serie de pruebas en vacío y a rotor bloqueado, para obtener las resistencias que utilizan para calcular el incremento de temperatura en la máquina eléctrica de inducción, así como las conductividades térmicas que se necesitan para tener los resultados que presenta. En su trabajo, contrastados con datos experimentales, sin embargo estos autores simplifican aún más un circuito equivalente de parámetros concentrados para obtener su solución matemática [35].

Eric Chauvenau y El Hadi Zaim de la Universidad de Nantes, Francia [36] utilizan una descripción matemática basada en aproximaciones estadísticas, utilizando el método de Montecarlo y auxiliándose con el MEF para resolver el problema electromagnético, conjuntado todo esto para tratar de localizar los puntos de mayor temperatura en una ranura de un estator de una máquina de inducción.

C. M. Liao y C. L. Chen en “Thermal analysis for design of high performance motors” publicado en 1998, se hace un análisis térmico para el diseño de bajo costo y larga vida útil de motores [37]. En este trabajo se utiliza un paquete comercial para la solución de problemas de transferencia de calor, por lo que no presentan una propuesta de modelo matemático. Sin embargo especifican que toman en cuenta una geometría bastante detallada de la máquina de inducción, así como algunos resultados de pruebas experimentales.

C. C. Chan, L. Yan y P. Chen [38] de los departamentos de Ingeniería Eléctrica de las Universidades de Hong Kong y Beijing en China presentan un trabajo de análisis de campos electromagnético y térmico durante el arranque de un motor de inducción, estos autores introducen un modelo matemático en derivadas parciales y comparan sus resultados teóricos con mediciones de temperatura de estator y rotor.

En el año 2000, Chang-Chou Hwang, S. S. Wu y Y. H. Jiang bajo la publicación “Novel approach to the solution of temperature distribution in the stator of an induction motor” desarrollan y perfeccionan un modelo térmico en el que utilizan el MEF para simular la distribución de temperatura en la parte central y de cabezales del estator de un motor de inducción así como la densidad de pérdidas dentro de cada corte dentro del mismo, los resultados arrojados por la simulación del modelo térmico se comparan con los datos experimentales obtenidos a través de lecturas con sensores dentro del estator [20].

Y Huai, V. N. Roderick, P. Thogersen en el año 2002 presentan una metodología para desarrollar y validar empíricamente un modelo de contabilidad de pérdidas y describen los fenómenos térmicos en motores de inducción. El modelo desarrollado se ha aplicado en FEMLAB<sup>5</sup>, para predecir la temperatura en los motores de inducción en lugares totalmente cerrados [39].

D. A. Staton., A Boglietti, A. Cavagnino.(2003) en el trabajo “Solving the More Difficult Aspects of Electric Motor Thermal Analysis”, dan a conocer una metodología para la solución de los aspectos más difícil del análisis térmico de un motor eléctrico, dando consejos sobre como tratar con ellos en el desarrollo de algoritmos para su inclusión en software de diseño [40].

---

<sup>5</sup> FEMLAB es un ambiente interactivo, que permite modelar y resolver toda clase de problemas de carácter científico a través del MEF (método del elemento finito).

### **1.5.1 Trabajos realizados en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación del I. P. N.**

En la SEPI-ESIME-IPN, desde 1998 hasta la fecha, se realizan trabajos relacionados con el modelado de los campos de temperaturas generadas en estatores y rotores de motores eléctricos en modelos de parámetros distribuidos aplicando el MDF y el MEF.

J. A. Aquino R. y T. Niewierowicz S. [1] han utilizado el MDF en dos dimensiones para la simulación de los campos térmicos de las máquinas eléctricas, T. Niewierowicz y K. Oprzedkiewicz [41] han descrito matemáticamente, en forma del modelo en espacio de estado, los campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y magnéticas en motores de inducción, A. Reyes. R. y T. Niewierowicz S. [42] han usado el MDF en dos dimensiones para el estudio térmico del rotor en un motor de inducción, D. J. Yudiche B. y T. Niewierowicz S. [2] han desarrollado una metodología termométrica para la determinación de pérdidas electromagnéticas en motores de inducción; J. Torres S. y T. I. Asiaín O. han desarrollado estudios para la determinación de la distribución de temperatura en motores de inducción jaula de ardilla utilizando métodos experimentales y digitales [21]. La línea de investigación encabezada por el Dr. Tadeusz Niewierowicz, Dr. Leszek Kawecki en colaboración con la Dra. Ewa Napieralska de la universidad D'Artois en Francia dentro del convenio internacional Nr. 2130 firmado entre el I.P.N y la Universidad D'Artois, han dado a conocer investigaciones relacionadas con el diseño de controles óptimos de los campos de temperatura generadas por pérdidas eléctricas y magnéticas dentro de motores eléctricos utilizando redes neuronales [44], ecuaciones en el espacio de estado mediante análisis teórico usando las técnicas finitas [45], se han utilizado la estructura variable [46] realizado cálculos para minimizar pérdidas de energía en las máquinas eléctricas.

### **1.6 Alcance**

Con los resultados de la tesis, se contribuirá con la implementación de una metodología que mantenga el régimen térmico correcto de los motores eléctricos para evitar la disminución de la vida útil del motor minimizando el gasto de energía usada para el proceso de enfriamiento externo; además, la trascendencia de la metodología es que no está limitada a una geometría caracterizada por el tipo de estator y rotor, sino que en general puede extenderse su aplicación a cualquier geometría de diferente dimensión.

## 1.7 Aportaciones

Se puede mencionar como las principales aportaciones de esta tesis, las siguientes:

- ❖ Se utilizó el MEF con condiciones iniciales y frontera adecuadas al tipo de problema para la determinación del comportamiento térmico en máquinas eléctricas rotatorias.
- ❖ Se presentó un modelo con estructura variable en elemento finito para determinar las temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en los estatores y rotores de las máquinas eléctricas rotatorias.
- ❖ Se investigó el comportamiento del proceso de termotransferencia a través de la simulación digital.
- ❖ Se desarrolló un control óptimo de temperaturas por medio de herramientas computacionales, proporcionando los datos necesarios para la identificación de las temperaturas máximas generadas dentro del estator y rotor para que no sobrepasen sus valores admisibles.
- ❖ Mediante el control óptimo propuesto se minimizaron los gastos de energía para el proceso de enfriamiento externo del motor.
- ❖ Se elaboraron algoritmos computacionales para evitar que la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase sus valores admisibles en el límite de tiempo preestablecido, minimizando los gastos de energía para el proceso de enfriamiento.

## **1.8 Estructura de la tesis**

La tesis tiene una estructura detallada en 6 capítulos y 7 apéndices, los cuales se describen a continuación:

El Capítulo 1, se plantea, a manera de introducción el problema a resolver en este trabajo. Se expone el objetivo que se pretende lograr con esta investigación, además se presenta una justificación de este trabajo. Se presenta también una semblanza del estado del arte referente a los avances que se tienen actualmente en éste tema en específico así como también el alcance del mismo.

El capítulo 2, presenta una descripción general del control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias, el cual se aplica en tres bloques o etapas básicos necesarios para mantener el régimen térmico correcto de los motores eléctricos para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase su valor admisible, evitando la disminución de la vida útil del motor por un lado, y minimizando el gasto de energía para el sistema de enfriamiento externo por el otro lado.

Haciendo uso de la idea general del control óptimo propuesto explicada en el capítulo 2, en el capítulo 3 se presenta el modelo matemático de transferencia de calor para el núcleo del estator y/o rotor con condiciones iniciales y de frontera adecuadas a este tipo de problema. El modelo matemático de transferencia de calor se le dio solución en elemento finito aplicándole simulación digital para dos motores eléctricos reales: uno de pequeña potencia (motor 1) y otro de alta potencia (motor 2). En este capítulo también se da a conocer el diagrama a bloques del motor virtual que se utiliza en esta tesis para determinar las temperaturas generadas por pérdidas de energía en la máquina eléctrica rotatoria.

Para el capítulo 4 se desarrolla el criterio de optimización para evitar el desperdicio de energía en el sistema de enfriamiento y presentándose la propuesta de control de óptimo para el enfriamiento externo de motores eléctricos aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito.

En el capítulo 5 se presentan resultados de las simulaciones realizadas para los dos motores 1 y 2. Los coeficientes de transferencia de calor convectiva considerados para estas simulaciones son valores aproximados de los diferentes agentes enfriadores (aire, agua y aceite) utilizados en los sistemas de enfriamiento para máquinas eléctricas rotatorias.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones así como sugerencias para futuros trabajos.

En el apéndice A presenta los datos de diseño del núcleo del estator y rotor de las máquinas eléctricas rotatorias a analizar.

En el apéndice B se muestra el análisis por MEF para el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria.

En el apéndice C se muestra los programas necesarios para crear el control óptimo del sistema de enfriamiento de motores de inducción.

En el apéndice D se muestra las variantes constructivas según el método de enfriamiento utilizados para los motores eléctricos.

En el apéndice E se muestra temas de apoyo necesarios para entender los conceptos del estudio del comportamiento térmico de las máquinas eléctricas rotatorias.

En el apéndice F muestran la descripción de los materiales aislantes y sus los valores de temperaturas límites.

Finalmente en el apéndice G se muestran los valores aproximados del coeficiente de transferencia de calor convectivo.

---

# CAPÍTULO 2

## CONTROL DE ENFRIAMIENTO EXTERNO DE MOTORES ELÉCTRICOS

### 2.1 Introducción

Las distintas pérdidas de potencia que se tienen en las máquinas eléctricas rotatorias (pérdidas en los conductores, en el núcleo magnético, por fricción y ventilación, y las pérdidas adicionales en carga) no es otra cosa que una transformación de energía mecánica o eléctrica en energía calorífica [4,5,6,7,8]. Estas pérdidas determinarán el calentamiento de las diversas piezas de la máquina, puesto de manifiesto por su elevación de temperatura sobre la del ambiente<sup>6</sup>.

Cuando se pone una máquina en marcha, su temperatura al principio aumenta con rapidez, puesto que apenas hay una pequeña cesión de calor al ambiente, lo que servirá únicamente para calentar la máquina. A medida que aumenta la temperatura, crece la transmisión de calor al exterior por conducción y convección, y el incremento de temperatura de la máquina se produce con más lentitud acercándose asintóticamente al estado de equilibrio, caracterizado por la igualdad entre el calor producido en la máquina y el calor cedido al ambiente [4,7,52,56].

Una vez alcanzado el equilibrio térmico, si se aumenta o disminuye el coeficiente total de transmisión de calor, se puede incrementar o reducir el calor disipado [7,46,58]. Como la potencia nominal de una máquina viene limitada por la temperatura máxima de sus aislamientos, mejorando las condiciones de ventilación y refrigeración de la máquina, se puede aumentar su potencia útil [55,57,59]. Conforme aumenta la potencia de las máquinas eléctricas, se requieren de sistemas de ventilación más complejos como los mostrados en la figura 2.1 (ver métodos de enfriamientos de máquinas eléctricas en el apéndice D), lo que encarece su costo, por lo que habrá de calcular una solución económica óptima para cada caso.

---

<sup>6</sup> La temperatura ambiente, tal como la define la AIEE (American Institute of Electrical Engineers) en la norma No. 1, junio de 1947, es: "La temperatura del medio utilizado para la refrigeración, ya sea directa o indirectamente, y se ha de restar de la temperatura medida de la máquina para determinar el calentamiento en condiciones de ensayo específicas". Para casos particulares se define como sigue:

- 1.- Para aparatos con ventilación propia, la temperatura ambiente es la temperatura media del aire en las aproximaciones inmediatas del aparato.
- 2.- Para máquinas refrigeradas por aire o por gas con ventilación forzada o refrigeración secundaria por agua como temperatura ambiente se toma la del aire o refrigerante.



Fig. 2.1 Ejemplos de sistemas de ventilación para máquinas eléctricas rotatorias.

Mediante la realización de ensayos teóricos-prácticos de calentamiento y enfriamiento de las máquinas eléctricas, se pueden determinar experimentalmente los valores de temperatura-tiempo, y en consecuencia conocer las curvas exponenciales correspondientes. En la figura E-1 del apéndice E se muestran los gráficos típicos de ensayo de calentamiento y enfriamiento de una máquina eléctrica rotatoria.

Como es de esperar, los distintos materiales aislantes que se emplean en una máquina eléctrica poseen diferentes límites de temperatura, siendo por otra parte la temperatura final que alcanzan los aislantes lo que disminuye la vida útil del motor<sup>7</sup>[5,15,21,28].

La relación entre la temperatura que alcanza un aislante y su vida, obtenida experimentando una larga serie de materiales, puede expresarse por la fórmula [7,28,55,58]:

$$\log V_a = a + \frac{b}{T} \quad (2.1)$$

donde  $V_a$  es la vida del aislante,  $T$  es la temperatura absorbida a que se le somete,  $a$  y  $b$  constantes empíricas. La vida útil de la aislación del motor se refiere al envejecimiento gradual del aislante, que se va resecaando, perdiendo el poder aislante, hasta que no soporte más la tensión aplicada al motor y produzca el cortocircuito.

La experiencia muestra que la aislación tiene una duración prácticamente ilimitada si su temperatura se mantiene debajo de un cierto límite de seguridad [50,57,58]. De conformidad con este criterio se han clasificado los materiales aislantes empleados en las máquinas eléctricas según la temperatura más elevada que permanentemente puede soportar sin pérdida de sus cualidades físicas, mecánicas, eléctricas y químicas (ver tabla F-1 apéndice F)<sup>8</sup>[7,50,53,54,55,57,59].

<sup>7</sup> Cuando se habla de disminución de la vida útil del motor en este trabajo, se referirá a las temperaturas elevadas cuando el aislante se quema y el bobinado es destruido repentinamente.

<sup>8</sup> En la tabla F-1 del apéndice F se emplea el calentamiento normal máximo de 40 °C sobre el ambiente para asignar una temperatura final máxima admisible basada en las temperaturas limitadoras del punto más caliente permitidas para diversas clases de material. El valor nominal admisible de 40°C para las máquinas de aplicación general es un factor de seguridad basado en los calentamientos "observables" para distintos tipos de máquinas.



Estudios experimentales indican que por cada 10°C de aumento de la temperatura de funcionamiento del motor sobre el límite de temperatura recomendada del punto más caliente (véase apéndice F), la vida de los devanados se reduce a la mitad. Recíprocamente por cada 10 °C de reducción de la temperatura de funcionamiento del motor por debajo del límite nominal (límite de seguridad), la vida del devanado se dobla [7,51,52].

La importancia de conocer el valor más exacto de la eficiencia en los motores eléctricos, se justifica cuando se realizan estudios a gran escala, referentes al costo-beneficio y al ahorro de energía, mediante el control de campos de temperatura generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en motores eléctricos.

De lo anterior surge la siguiente problemática:

1. No se tiene un método único y confiable para determinar las temperaturas de los motores eléctricos utilizando un tipo específico de aislamiento<sup>9</sup>.
2. No se cuenta con valores de temperatura ambiente en diversas localidades, tales como fábricas, talleres, plantas, cuartos de máquinas, etc; habilitándose cifras nominales para cada aplicación típica provocando la ineficiencia del motor; es decir, la diferencia entre el límite de seguridad y la temperatura ambiente, es la base del calentamiento normal para el diseño de máquinas eléctricas.

Actualmente los diseñadores de máquinas eléctricas acostumbran realizar sus estudios térmicos, mediante la elaboración de circuitos equivalentes, usando modelos con parámetros concentrados o la utilización de la relación geométrica  $D^2L$  del motor<sup>10</sup>, para describir los procesos de transferencia de calor en el interior de la máquina. Estos hechos no significan que el problema carezca de fuerza, de lo contrario, en respuesta a esta problemática, las investigaciones realizadas en esta área apuntan básicamente hacia tres líneas de investigación:

---

<sup>9</sup> Existen metodologías con la referencia [21] donde en las partes más accesibles o exteriores de la máquina tienen que colocarse termómetros de tipo par termoelectrico o de bulbo líquido(mercurio o alcohol), y su valor tal que la temperatura depende del gradiente termodinámico de temperatura creado por la disposición física de la máquina.

<sup>10</sup>  $D^2L = \{(D_o^2, L) \cup (D_i^2, L)\}$  donde  $D_o$  es el diámetro exterior del estator o rotor y  $D_i$  es el diámetro interior del estator o rotor; L es la longitud del núcleo del estator o rotor.

1. Perfeccionar o crear los modelos para representar lo mejor posible los fenómenos eléctricos, magnéticos, mecánicos y térmicos que se presentan en la máquina eléctrica rotatoria en la realidad.
2. Poseer un método experimental adecuado para determinar los valores de los coeficientes de transferencia convectiva de calor, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase su valor admisible en un límite de tiempo preestablecido.
3. Desarrollar un método de control para el enfriamiento externo de motores eléctricos, que minimice los gastos de energía para el proceso de enfriamiento.

Los aspectos mencionados anteriormente y las tres líneas de investigación, confluyen en la propuesta del control óptimo, aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito, del enfriamiento externo de máquinas eléctricas, el cual determinará para diferentes agentes enfriadores (aire, agua y aceite) el régimen térmico correcto de las máquinas eléctricas rotatorias para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento.

## **2.2 Control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias.**

El control óptimo, aplicando un modelo con estructura variable en elemento finito del enfriamiento de máquinas eléctricas rotatorias que se presenta en este trabajo de tesis, es un planteamiento nuevo para mantener el régimen térmico correcto de los motores eléctricos, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase su valor admisible, evitando la disminución de la vida útil del motor por un lado y minimizando los gastos de energía para el sistema de enfriamiento externo por el otro lado.

Para explicar el funcionamiento del control de campos de temperatura en máquinas eléctricas rotatorias, es conveniente distribuir la propuesta en tres fases. En la Fig. 2.2 se muestra el diagrama de bloques a seguir.

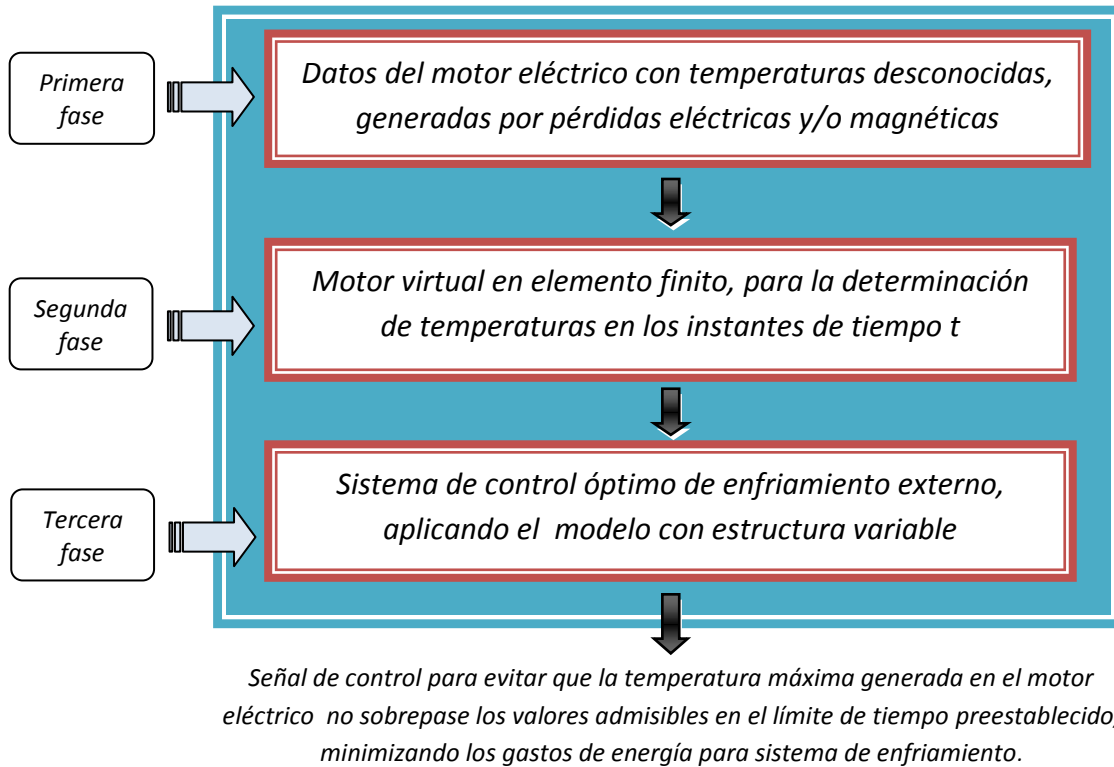


Fig. 2.2 Esquema general, propuesto para el diseño del control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias.

En la primera fase se distingue el bloque, que representa a un motor eléctrico con temperaturas desconocidas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas. Como en todas las partes de la máquina eléctrica se presentan fenómenos de termo transferencia, primero se deberá seleccionar la parte del motor, en la que se llevará a efecto la identificación de las temperaturas, para éste trabajo de tesis se analiza el estator y rotor del motor eléctrico.

Por otro lado, la segunda fase es la sección que acopla a la primera fase (temperaturas desconocidas en el motor eléctrico) con la tercera fase (control de enfriamiento aplicando el modelo con estructura variable). En esta fase, consta de un motor virtual, capaz de determinar las temperaturas que se generan por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el núcleo del estator y rotor en un límite de tiempo preestablecido.

Como se puede observar en la fig. 2.3, la segunda fase consta de dos bloques, donde el primer bloque representa el modelo conceptual (modelo matemático que expresa el comportamiento térmico en estado transitorio y/o permanente en el estator y/o rotor de la máquina eléctrica rotatoria) que dará la pauta para generar un modelo formal (modelo computacional), que represente las variables y/o parámetros del motor eléctrico.

El segundo bloque de este motor virtual (modelo formal), tiene la función de recabar, procesar y almacenar la información generada del modelo conceptual, a una estructura que represente las temperaturas del motor en los instantes de tiempo  $t$ .

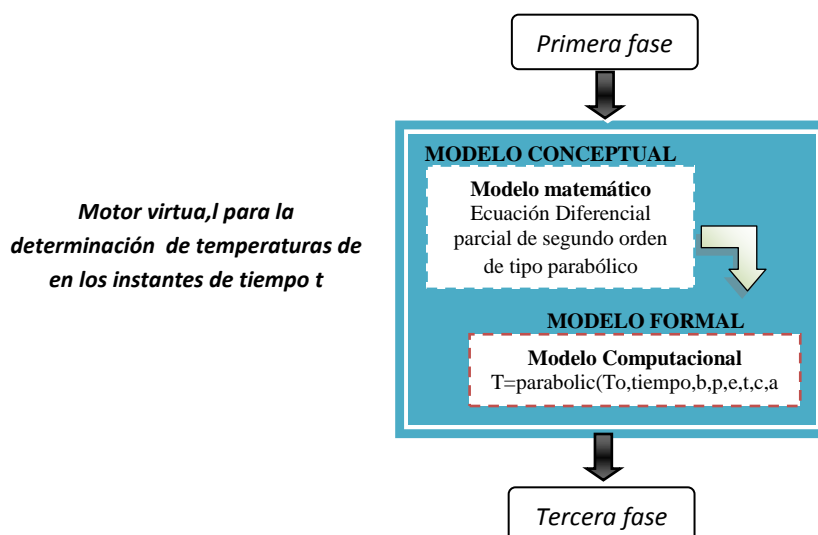


Fig. 2.3 Proceso esencial de construcción del motor virtual, para la determinación de temperaturas generadas en un motor eléctrico

En la tercera fase, gracias a las temperaturas generadas mediante el motor virtual (fase 2), en esta etapa se recibe, procesa y transmiten los datos de las temperaturas, obteniendo un control de estas, para que no sobrepase su valor admisible, minimizando los gastos de energía para sistema de enfriamiento.

Hasta aquí, concluye el funcionamiento global del control propuesto para mantener el régimen térmico correcto de los motores, para evitar la disminución de la vida útil del motor, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento externo y solo restará aplicar, para motores reales de diferentes dimensiones ejemplos específicos para aclarar cada una de las tres fases.

### **2.3 Aplicación del control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el estator y rotor del motor eléctrico.**

En esta tesis, se expone una metodología útil para desarrollar y evaluar el desempeño de la propuesta, en forma computacional a través de los resultados obtenidos de las simulaciones utilizando modelos matemáticos con parámetros distribuidos y datos de motores eléctricos reales, para representar lo mejor posible los fenómenos de termo transferencia. Así mismo, en esta metodología se recurre al “motor virtual” desarrollado en [60] para obtener las lecturas de las temperaturas de estator y rotor a través de “sensores virtuales”.

## CAPÍTULO 3

# MODELO MATEMÁTICO DE CAMPOS DE TEMPERATURA GENERADAS POR PÉRDIDAS ELÉCTRICAS Y/O MAGNÉTICAS EN MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATORIAS

### 3.1 Introducción

Los diseñadores de máquinas eléctricas rotatorias realizan sus estudios térmicos, mediante la elaboración de circuitos equivalentes, usando modelos con parámetros concentrados, para describir los procesos de transferencia de calor en el interior de la máquina, y de esta manera obtener las temperaturas en el estator y rotor [7]. Éste método, es aceptable cuando la aproximación de los parámetros del circuito térmico y la geometría lo permiten; sin embargo, mediante el uso de estos circuitos eléctrico equivalentes (modelos térmicos), se da ha suponer que los devanados y los circuitos magnéticos del motor son cuerpos homogéneos, representándolos mediante resistencias eléctricas, por lo que sólo se puede hacer el análisis de temperatura en estado estable.

Otra técnica ampliamente utilizada en el campo de estudio de la temperatura en las máquinas eléctricas, surge por el interés de los diseñadores de maximizar la potencia de salida del motor, dado un volumen específico de su masa activa y conocer las pérdidas, para esto empíricamente lo modelan como la relación geométrica  $D^2L$  del motor, contra su potencia de salida [7,18,19]. Ésta técnica, esta basada en montar sensores de temperatura en el interior de la máquina y conocer la distribución de temperatura en su interior, debido a que se conoce la ubicación exacta de los sensores.

En éste trabajo, se presenta un modelo matemático, con parámetros distribuidos basados en la determinación de los campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria; ya que debido a ésta, se puede apreciar en forma más detallada, la distribución de la temperatura en la geometría del estator y rotor del motor eléctrico a estudiar y de igual manera, su relación con respecto al tiempo.

### 3.2 Modelo matemático 2D+1 de transferencia de calor

El modelo matemático que se propone en este trabajo, expresa el comportamiento térmico en estado transitorio y/o permanente dentro del espacio continuo representativo del núcleo del estator y/o rotor  $\Omega$  de la máquina eléctrica rotatoria, que está gobernada por la siguiente EDP de segundo orden de tipo parabólico representada en el espacio 2D+1, lo que significa, que este modelo, es en dos dimensiones en espacio y una dimensión en tiempo y tiene la forma siguiente:

$$\rho C \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T(x,y,t)) = f(x,y) \quad \text{en } \Omega \quad (3.1)$$

con la condición inicial:

$$T(x,y,0) = T_0(x,y) \quad \text{para } x,y \in \Omega \quad (3.2)$$

y condición de frontera:

$$\vec{n} k \nabla T(x,y,t) + \alpha T(x,y,t) = 0 \quad \text{en } \partial \Omega \quad (3.3)$$

donde:

$\rho$ -Densidad [Kg/m<sup>3</sup>].

$C$ -Calor específico [J/Kg °C].

$k$ -Conductividad térmica [W/m °C].

$T(x,y,t)$ -temperaturas [°C].

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$  -Operador del gradiente.

$\vec{n}$  - Vector normal a la superficie de transferencia de calor por convección.

$\alpha$ - Coeficiente de transferencia de calor por convección [W/m<sup>2</sup> °C].

$f(x,y)$ -Intensidad de las fuentes internas de calor generado por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en devanado y circuito magnético del estator y/o rotor [W/m<sup>3</sup>].

$\Omega_{Cu} \subset \Omega$  y  $\Omega_{Fe} \subset \Omega$ - Dominio continuo de transferencia de calor.

$\partial \Omega$  - Fronteras del dominio continuo  $\Omega$ .

$x, y \in \Omega$ .

$t$  - tiempo [seg].

En esta investigación, se recurre a dos motores de inducción: uno de pequeña potencia [23] y el otro de alta potencia [22] para obtener los campos de temperaturas, sin embargo la metodología que se propone en este trabajo, servirá para cualquier tipo de motor eléctrico de diferente dimensión.

En la Fig. 3.1 se presentan las máquinas eléctricas a investigar y cuyas características de diseño se dan en la tabla 3.1 y en el apéndice A.

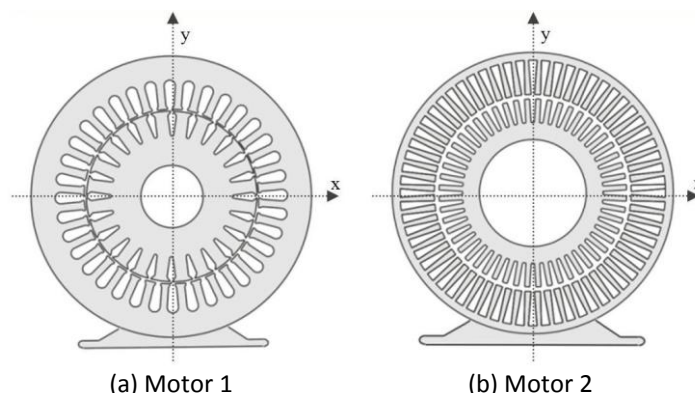


Fig. 3.1 Geometría del estator y rotor del motor eléctrico a estudiar (a) motor 1 [de pequeña potencia] (b) motor 2 [de alta potencia]

En la figura 3.2 se presentan los segmentos del corte del estator y rotor del motor 1 y 2 respectivamente. El espacio continuo representativo del núcleo del estator y rotor es simétrico con respecto al eje “x” e “y” (fig. 3.1), por lo que es posible reducir considerablemente el dominio de estudio, sin que afecte los resultados finales.

TABLA 3.1  
CARACTERISTICAS DE DISEÑO DE LAS MAQUINAS ELECTRICAS A INVESTIGAR

	Motor 1	Motor 2
<i>Potencia de Salida (Hp)</i>	2	3500
<i>Voltaje Recomendado (V)</i>	400	3800
<i>Frecuencia (Hz)</i>	60	60
<i>Velocidad recomendada (rpm)</i>	140	3600
<i>Datos de Diseño del Núcleo de Estator</i>		
<i>Diámetro Interior (mm)</i>	84	700
<i>Diámetro Exterior (mm)</i>	135	1000
<i>Ranuras</i>	36	64
<i>Datos de Diseño del Núcleo de Rotor</i>		
<i>Diámetro Interior (mm)</i>	30	380
<i>Diámetro Exterior (mm)</i>	83.21	670
<i>Ranuras</i>	24	52

El área de interés está limitada por líneas externas, en el caso investigado, ésta área representa la treinta y seis trigésimas partes de todo el núcleo del estator y la veinte y cuatro vigésimas partes del núcleo del rotor para la máquina 1, y para la máquina 2 representa la sesenta y cuatro sesuagésima segunda parte del estator y la cincuenta y dos quinquagésima segunda parte para el rotor, así mismo encierra una parte del devanado y parte del circuito magnético de estos (ver Fig.3.2).

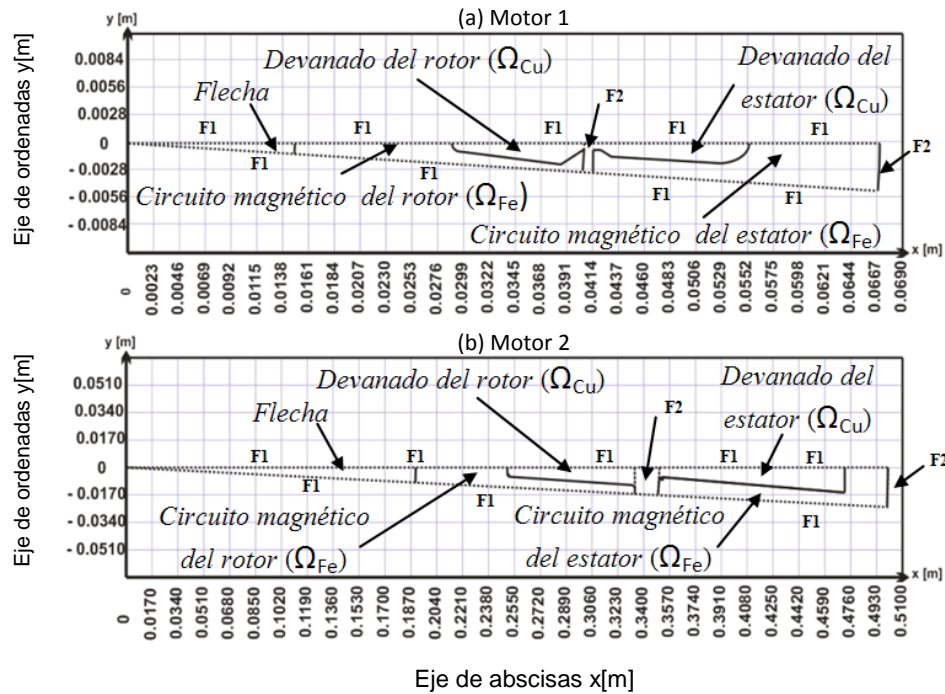


Fig. 3.2 Segmentos del corte axial del estator y rotor del motor 1 y motor 2

### 3.3 Descripción del análisis de elemento finito para el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria.

El MEF es un procedimiento de análisis numérico, el que se emplea en la solución de una amplia variedad de problemas de ingeniería cuyos fenómenos físicos estén gobernados por ecuaciones diferenciales parciales, principalmente definidas en ciertos dominios del espacio físico y temporal [67,68].

Para iniciar un análisis por elemento finito (MEF) para el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria, se siguen los siguientes pasos [24,25,47,48,49,63,64,65,66,67,68]:



**Paso 1:**

Primeramente es necesario realizar la discretización del dominio en cuestión, es decir, aproximar el dominio continuo  $\Omega$  con el dominio discreto  $\bar{\Omega}$  formando de un número finito de elementos (e) (ver fig. B-1 del apéndice B).

**Paso 2:**

Para cada elemento (e), se aproxima una solución por medio de polinomios de interpolación.

**Paso 3:**

Una vez que la región es aproximada por el conjunto de elementos (e), se unen las soluciones individuales, para obtener la representación completa de la región de estudio  $\bar{\Omega}$ , generando una combinación lineal de ciertas funciones conocidas llamadas funciones base.

**Paso 4:**

Se substituyen las funciones base en la expresión de la energía del sistema ( $I_{T(x,y,t)}$ ), la cual es derivada e igualándola a cero ( $\delta I = 0$ ), se llega a un sistema lineal de ecuaciones en los valores de la solución propuesta, que figuran como incógnitas (para este caso será la temperatura).

**Paso 5:**

Se da solución al sistema lineal de ecuaciones en la expresión de la solución propuesta, obteniendo la expresión numérica de la EDP.

Para la formulación del MEF en este problema en específico (análisis del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria), se utiliza el método conocido como método de Petrov-Galerkin [47, 48, 63, 64, 65, 66], el cual se aplica después de discretizar el dominio  $\Omega$  de interés y plantear condiciones iniciales y de frontera.

La obtención de los campos de temperatura en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria utilizando el MEF se presenta en el apéndice B.

### 3.3.1 Solución en elemento finito del modelo de transferencia de calor aplicando simulación digital.

Aprovechando el modo interactivo del “Toolbox PDEtool” del sistema computacional MATLAB® versión R2007a, se propone de esta manera representar el comportamiento térmico generado por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria, por lo que en esta parte de la tesis se recurre al modelo computarizado de transferencia de calor desarrollado en [60], para resolver y simular el modelo matemático 2D+1 de transferencia de calor (ecuaciones 3.1,3.2,3.3) mediante el MEF.

Con base en éste el modelo computarizado de transferencia de calor, se elaboró un programa en MATLAB® versión R2007a (ver apéndice C-3), que genera los valores de observación de temperatura con respecto al tiempo correspondientes en cada nodo<sup>11</sup> del dominio  $\bar{\Omega}$  en el estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria, bajo las siguientes suposiciones y consideraciones:

#### 3.3.1.1 Suposiciones y consideraciones

1. Se considera solamente la geometría correspondiente al núcleo del estator y rotor.
2. Se supone que el rotor está dentro del estator que tiene la forma de un cilindro hueco.
3. El estator y el rotor están compuestos con materiales de naturaleza isotrópica.
4. Se consideran que los gradientes de temperaturas en la dirección longitudinal son pequeños y se pueden despreciar, lo que implica que el modelo se reduzca al plano x-y.
5. Las condiciones de frontera tipo F1(ver fig.3.2) serán cero por la simetría, es decir:

$$\nabla T(x, y, t) \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.4)$$

6. Las piezas investigadas de la máquina eléctrica rotatoria, están constituidas por circuitos magnéticos y devanados tanto estator como rotor con diferentes generaciones de calor.
7. Se investigan solamente incrementos de las temperaturas en relación con la temperatura del ambiente.

<sup>11</sup> La elección arbitraria de un nodo en concreto, sobre el dominio  $\bar{\Omega}$ , en donde nos interesan las variaciones de temperatura se puede interpretar como un *sensor virtual* dentro del *motor virtual*.

$$T_0(x,y)=0; \quad (3.5)$$

8. El aislamiento eléctrico, entre el devanado y circuito magnético no influye significativamente a la distribución de temperaturas dentro del estator y rotor investigado.
9. Se considera que el agente enfriador en el entrehierro es un aislamiento térmico entre el estator y el rotor.
10. La transmisión de calor con el ambiente (ver las fronteras marcadas con F2, fig. 3.2) serán de tipo Neumann y describen la transferencia de calor por convección. Para el caso del estator la condición de frontera es:

En el lado del entrehierro:

$$k\nabla T(x, y, t) + \alpha_{1\text{estator}}T(x, y, t) = 0 \quad (3.6)$$

y del lado de la carcasa:

$$k\nabla T(x, y, t) + \alpha_{2\text{estator}}T(x, y, t) = 0 \quad (3.7)$$

Para el caso del rotor la condición de frontera es:

En el lado del entrehierro:

$$k\nabla T(x, y, t) + \alpha_{1\text{rotor}}T(x, y, t) = 0 \quad (3.8)$$

11. La transmisión de calor entre el devanado y el acero es por conducción.
12. En la frontera común entre devanado (Cu) y Hierro (Fe) se aplica el principio de continuidad de las temperaturas.
13. En el entrehierro, el flujo del agente enfriador (por ejemplo flujo del aire del ventilador) enfría estator y rotor al mismo tiempo y por eso se considera que:

$$\alpha_{1\text{estator}} = \alpha_{1\text{rotor}} \quad (3.9)$$

14. No se consideran aletas en la superficie de la carcasa.

### 3.3.1.2 Simulación digital en elemento finito del modelo transferencia de calor

Como verificación del programa elaborado en MATLAB® versión R2007a (ver apéndice C-3), se propone encontrar la distribución de la temperatura generada por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el núcleo del estator y rotor del motor 1 y 2 descritos anteriormente.

Las simulaciones que se realizan están enfocados a los datos asentados en la tabla 3.2 y los valores de los coeficientes de transferencia de calor por convección en el lado de entrehierro y en lado de la carcasa fueron seleccionados de los rangos de valores aproximados de la convección libre de los fluidos líquidos (ver apéndice G).

Las simulaciones que se plantean para dar solución en elemento finito del modelo de transferencia de calor aplicando simulación digital, están basadas en el modelo con 706 nodos dentro del estator y 457 nodos en el rotor para la máquina 1 y 103 nodos dentro del estator y 479 nodos en el rotor para la máquina 2, pues se obtienen resultados más rápidamente y el tamaño del archivo es mínimo.

TABLA 3.2  
DATOS DE LOS MATERIALES DEL LA MAQUINA ELECTRICA ROTATORIA A INVESTGAR [45]

	Unidad	Valor		
k	W/m °C	Cu	386	
		Fe	45	
C	J/Kg °C	Cu	385.4	
		Fe	480	
ρ	Kg/m <sup>3</sup>	Cu	8890	
		Fe	7880	
f	W/m <sup>3</sup>	Motor 1	Cu	1.50e+6
			Fe	0.23e+6
		Motor 2	Cu	1e+6
			Fe	1e+5
		En el lado del entrehierro:	En el lado de la carcasa:	
α	W/m <sup>3</sup> °C	500	50	

En las figs. 3.3 y 3.4 se muestra el mallado con elementos finitos sobrepuesto a un segmento del corte del núcleo del estator y rotor de la máquina 1 y 2, en las coordenadas (x,y), generado en el GUI de PDEtool de MATLAB® versión R2007a.

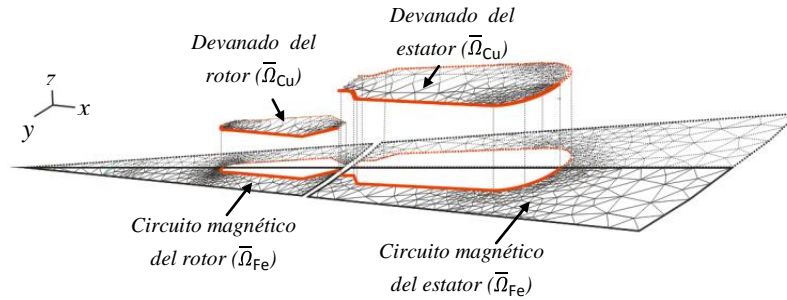


Fig. 3.3 Mallado de elementos triangulares sobre el dominio  $\bar{\Omega}$  del motor 1

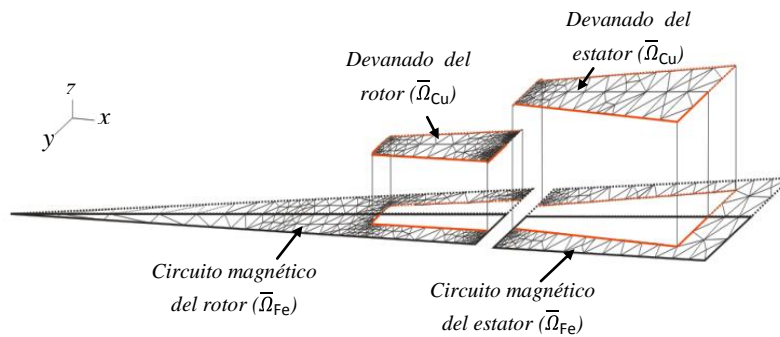


Fig. 3.4 Mallado de elementos triangulares sobre el dominio  $\Omega$  del motor 2

Los resultados de simulación de los campos de temperaturas generadas dentro del estator y rotor para el caso de trabajo continuo del motor 1 después de 1800 seg. utilizando el programa elaborado en Toolbox PDEtool de MATLAB® versión R2007a (ver apéndice C-3), se indica en la figura 3.5; en las figura 3.5(a) y 3.5(b) se muestra en la parte inferior el área que representa la treinta y seis trigésimas segundas partes del núcleo del estator y la veinte y cuatro vigésimas segundas partes del núcleo del rotor mostrando la distribución de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas al igual que en la misma figura, en la parte superior izquierda se indica una cuarta parte de la distribución de los campos de temperatura en la máquina eléctrica rotatoria.

En la fig. 3.6 se muestran los resultados de simulación de los campos de temperaturas generadas dentro del estator y rotor para el caso de trabajo continuo del motor 2 después de 1800 seg.; en las figura 3.6(a) y 3.6(b) se indica el área que representa la sesenta y cuatro sesuagésimas segunda parte del núcleo del estator y la cincuenta y dos quintuagésimas segunda parte del núcleo del rotor, mostrando la distribución de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas y en la parte superior izquierda de las figuras, se muestra una cuarta parte de la de la distribución de los campos de temperatura en el estator y rotor.

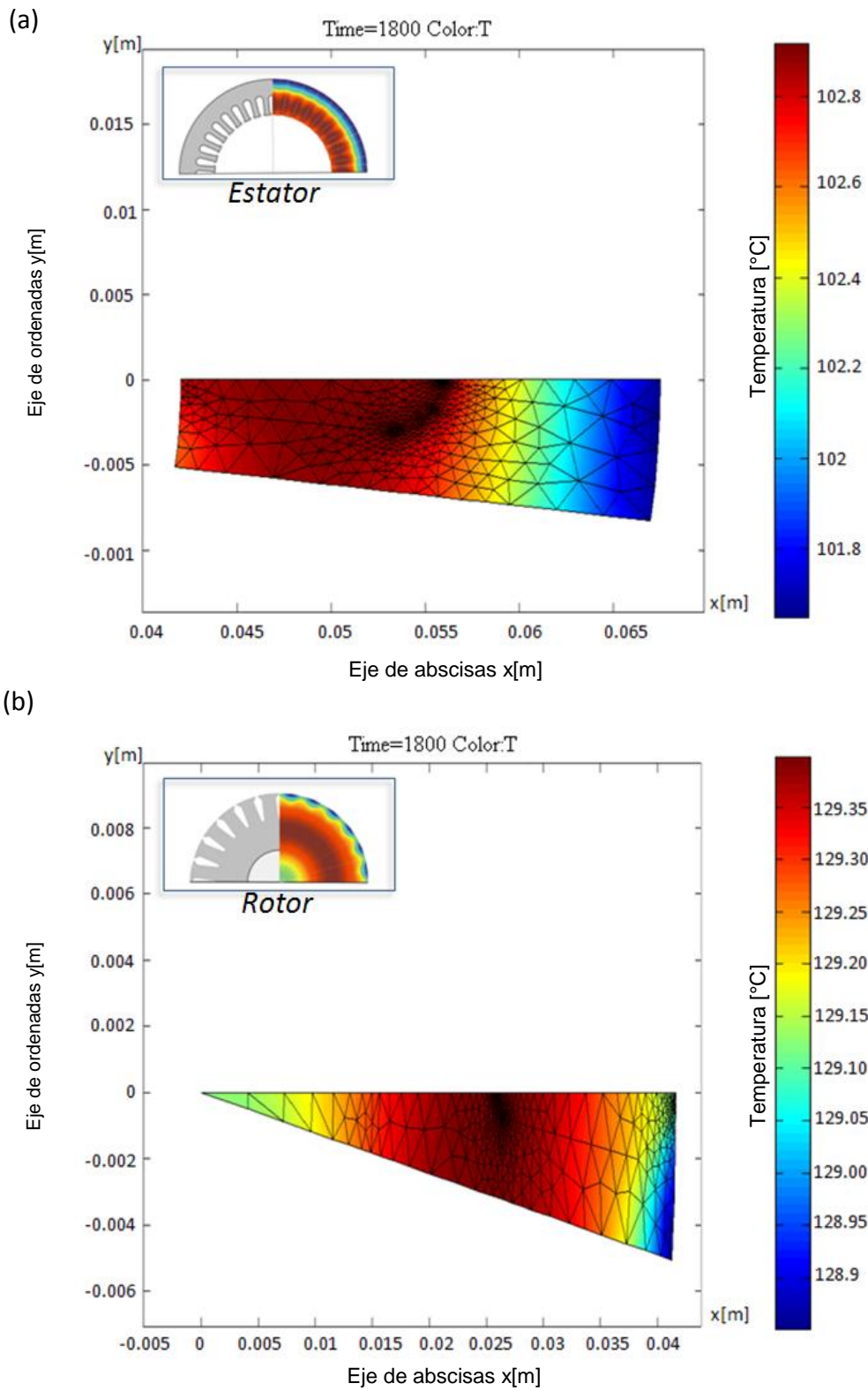


Fig. 3.5 Resultados de simulación.  
 Temperaturas en el corte del estator y rotor del motor 1 para  $t=1800$  seg.

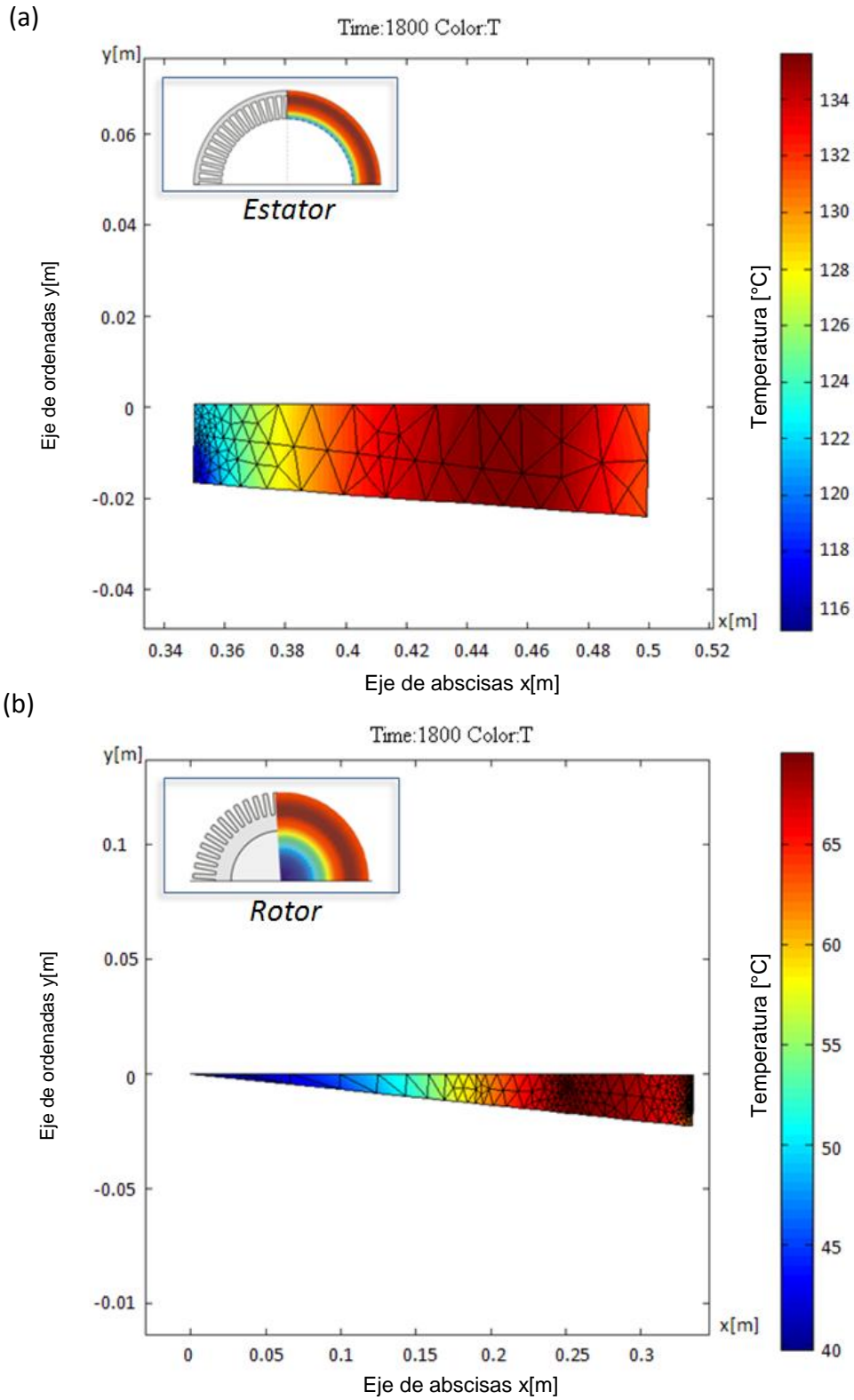


Fig. 3.6 Resultados de simulación.  
 Temperaturas en el corte del estator y rotor del motor 2 para  $t=1800$  seg.

### 3.3.2 Estructura variable en elemento finito, para la determinación de temperaturas generadas en el núcleo de estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria

Tomando en consideración lo antes mencionado en 3.3.1.1 y 3.3.1.2, mediante el MEF y con apoyo del sistema computacional MATLAB® versión R2007a (Toolbox PDEtool) se obtiene matrices y vectores (b,p,e,t,c,a,f<sub>m</sub>,d) relacionados con la geometría de los dominios  $\Omega$ .

donde:

“p,e,t”- representan matrices de los parámetros de la malla generada por el método del elemento finito.

“c,a,d”- representan los vectores de los coeficientes de los parámetros para la ecuación diferencial parcial.

“b”- representa la matriz de coeficientes de transferencia de calor convectiva de las condiciones de frontera establecidas.

f<sub>m</sub>=[f<sub>Cu</sub>,f<sub>Fe</sub>] representa la matriz de las intensidades de las fuentes internas de calor generado por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en devanado (f<sub>Cu</sub>) y circuito magnético (f<sub>Fe</sub>) del estator y/o rotor.

Existen condiciones necesarias y suficientes (expresados en términos de un modelo implícitos global), para reproducir el comportamiento térmico en los motores eléctricos sin importar las variaciones de su estructura interna.

De esta manera se puede representar el modelo matemático 2D+1 de transferencia de calor, mediante un motor virtual con estructura variable en elemento finito, para campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias.

Aprovechando el comando “parabolic” de MATLAB® versión R2007a, se propone el modelo formal del motor virtual con estructura variable en elemento finito, que tiene la función de recabar, procesar y almacenar la información generada del modelo conceptual (ver 3.2), a una estructura que represente las temperaturas del motor en los instantes de tiempo t.

$$T=\text{parabolic}(T_0,\text{tiempo},b,p,e,t,c,a,f_m,d) \quad (3.10)$$

donde:

“T”- representa la matriz de temperatura en el punto x,y  $\in \bar{\Omega}$ ; “T<sub>0</sub>”- representa el vector de valores iniciales de temperatura; y “b,p,e,t,c,a,f<sub>m</sub>,d,”- Representan los valores de los vectores y matrices obtenidos del GUI de pde tool de MATLAB® versión R2007a.



En la fig. 3.7 se muestra el diagrama a bloques del motor virtual propuesto, con estructura variable en elemento finito, para generar el comportamiento térmico en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica, con respecto al tiempo, para diferentes regímenes de trabajo.

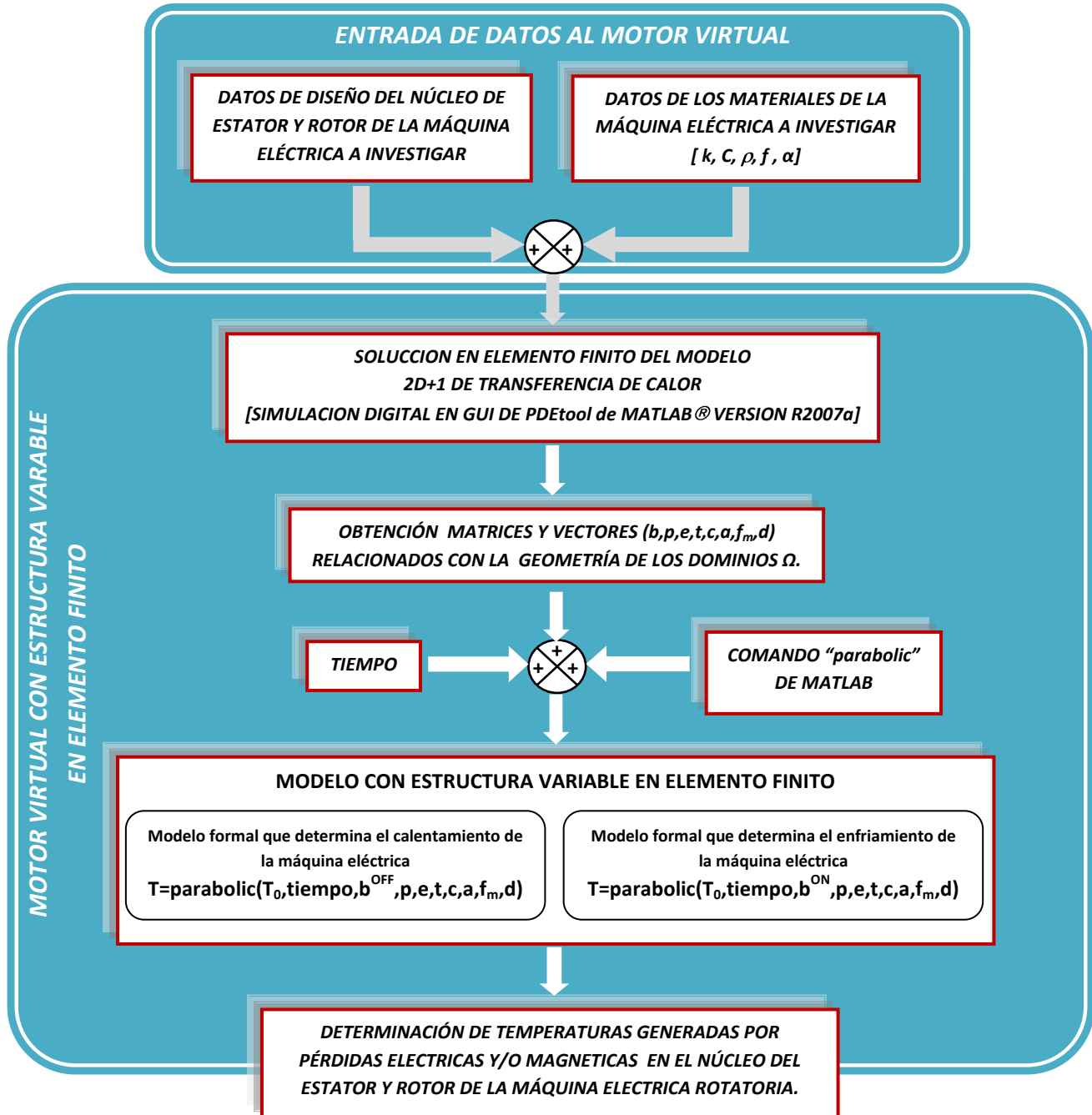


Fig. 3.7 Diagrama a bloques del motor virtual con estructura variable en elemento finito para generar el comportamiento térmico en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica con respecto al tiempo para diferentes regímenes de trabajo.

La estructura variable en elemento finito de el motor virtual que se propone en este trabajo de tesis (ec. 3.10), tiene la finalidad de recabar valores de temperatura  $(T(x,y,t))$  del núcleo del estator y rotor en los instantes de tiempo  $(t)$  en nodos específicos  $(i)$  de coordenadas  $(x_i, y_i)$  dentro del dominio  $\bar{\Omega}$ , logrados a través de sensores virtuales de temperatura.

Como se puede observar en la fig. 3.7, el modelo formal que constituye la estructura variable en elemento finito del motor virtual propuesto, contiene dos partes: donde la primera parte determina las temperaturas generadas por el calentamiento del núcleo del estator y/o rotor de la máquina eléctrica a investigar,  $(T=\text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{OFF}}, p, e, t, c, a, f_m, d))$ ; en éste caso existe la desconexión de un sistema de enfriamiento externo; la segunda parte, tiene la función de determinar las temperaturas generadas en el núcleo del estator y/o rotor del motor eléctrico en los instantes de tiempo que se está enfriando,  $(T=\text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{ON}}, p, e, t, c, a, f_m, d))$ , en este caso existe una conexión de un sistema de enfriamiento externo.

Donde  $b^{\text{OFF}}$  y  $b^{\text{ON}}$  son las matrices de coeficientes de transferencia de calor convectiva del sistema de enfriamiento externo desconectado y conectado respectivamente. Las matrices  $b^{\text{OFF}}$  y  $b^{\text{ON}}$  se determinan de la subrutina elaborada en base a la referencia [5] y cuyo programa elaborado para este trabajo de tesis (en MATLAB® versión R2007a) se muestra en el apéndice C-2.

## CAPÍTULO 4

# CONTROL DE ENFRIAMIENTO EXTERNO DE MOTORES ELÉCTRICOS, APLICANDO UN MODELO CON ESTRUCTURA VARIABLE EN ELEMENTO FINITO

### 4.1 Introducción

En el proceso de diseño de motores eléctricos, es muy importante la elección correcta de los materiales aislantes y del sistema de enfriamiento. La elevación de temperaturas generadas por pérdidas en motores eléctricos por arriba de sus valores admisibles, puede provocar el envejecimiento rápido del aislamiento y en el caso crítico provocar falla general del motor.

Existen casos en la práctica, donde los motores eléctricos tienen que ser aislados del ambiente donde trabajan, lo que exige un diseño especial de su sistema de enfriamiento. En esta parte de la tesis, se propone una metodología para el control de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en máquinas eléctricas rotatorias, que tiene como propósito, la determinación de los instantes en tiempo de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento externo, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase los valores admisibles minimizando el gasto de energía para el sistema de enfriamiento externo.

En la Fig. 4.1 se muestra un ejemplo de la construcción de una máquina eléctrica con ventilación independiente, el ventilador de las cuales se pone en rotación por un motor ajeno.

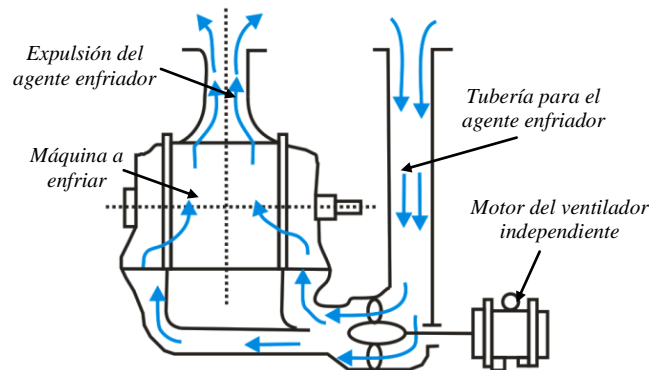


Fig. 4.1 Máquina eléctrica, con sistema de ventilación abierto de impulsión independiente, con toma del agente enfriador del exterior por cañería y la expulsión al exterior por tubería.

Independientemente del método de enfriamiento (ver apéndice D) y del sistemas de ventilación (ver fig. 2.1), que utilice en un motor eléctrico, el control de temperaturas generadas en máquinas eléctricas rotatorias por pérdidas eléctricas y/o magnéticas, se puede realizar en dos maneras diferentes: la primera consta en el decremento de la temperatura del agente enfriador que circula dentro o fuera de la máquina, y la segunda en el cambio de la velocidad de la circulación del agente enfriador (aire, agua, aceite, etc).

El cambio de la velocidad del agente enfriador, se puede realizar conectando y/o desconectando en los momentos precisos en el tiempo, un ventilador de aire o bombas del agente enfriador líquido, lo que va a influir en el valor de coeficiente de transferencia convectiva  $\alpha$ .

Los coeficientes de transferencia de calor convectiva  $\alpha_{1\text{estator}}$ ,  $\alpha_{2\text{estator}}$  y  $\alpha_{1\text{rotor}}$  (ec. 3.1,3.2,3.3,3.4,3.5), se pueden tratar como la señal de control de enfriamiento.

El control de enfriamiento de máquinas eléctricas rotatorias propuesto, se reduce a la determinación de los instantes en tiempo de conexiones y desconexiones del sistema de enfriamiento externo, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase los valores admisibles por un lado y minimice el gasto de energía necesaria para el enfriamiento externo por el otro lado.

## 4.2 Criterio de optimización para evitar el desperdicio de energía en el sistema de enfriamiento externo.

El costo - beneficio que se tiene para mejorar la eficiencia de la máquina eléctrica rotatoria y aumentar su potencial útil, justifica la necesidad de un control óptimo en el sistema de enfriamiento externo, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase su valor admisible en el límite de tiempo preestablecido. La estrategia para evitar el desperdicio de energía en el sistema de enfriamiento externo implica utilizar solo la energía necearía.

Para la búsqueda de la descripción matemática del índice de optimización que garantice la minimización del tiempo de conexión del sistema de enfriamiento se hace uso de la figura 4.2, en donde se observa que la energía gastada para el enfriamiento externo es proporcional al tiempo de conexión del sistema de enfriamiento, es decir de los valores  $\Delta t_i$  para  $i=1,2,3,\dots,n$ ; donde  $n$  corresponde al tiempo final de trabajo del motor, pudiéndose establecer que:

$$\Delta t_i = t_{i\text{OFF}} - t_{i\text{ON}} \quad (4.1)$$

Donde  $t_{i\text{ON}}$  es el instante de tiempo de conexión del sistema de enfriamiento externo y  $t_{i\text{OFF}}$  es el instante de tiempo de desconexión del sistema de enfriamiento externo.

Sin embargo  $\Delta t_i$  es una función que depende de  $Q_{de}$ ,  $Q_{cem}$ ,  $T_{MAX}$ ,  $\alpha_{OFF}$ ,  $\alpha_{ON}$ ,  $T_{ADM}$ , y  $\Delta T$  es decir:

$$\Delta t_i = \varphi_i(Q_{de}, Q_{cem}, T_{MAX}, \alpha_{OFF}, \alpha_{ON}, T_{ADM}, \Delta T) \quad (4.2)$$

Donde:

- $Q_{de}$  : Generación de calor en el devanado del estator y/o rotor.
- $Q_{cem}$  : Generación de calor en el circuito magnético del estator y/o rotor.
- $\alpha_{OFF}$  : Coeficiente de transferencia de calor convectiva sin enfriamiento externo.
- $\alpha_{ON}$  : Coeficiente de transferencia de calor convectiva con enfriamiento externo.
- $T_{MAX}$  : Temperatura máxima
- $T_{ADM}$  : Temperatura máxima admisible (límite superior)
- $\Delta T$  : Diferencia de temperaturas

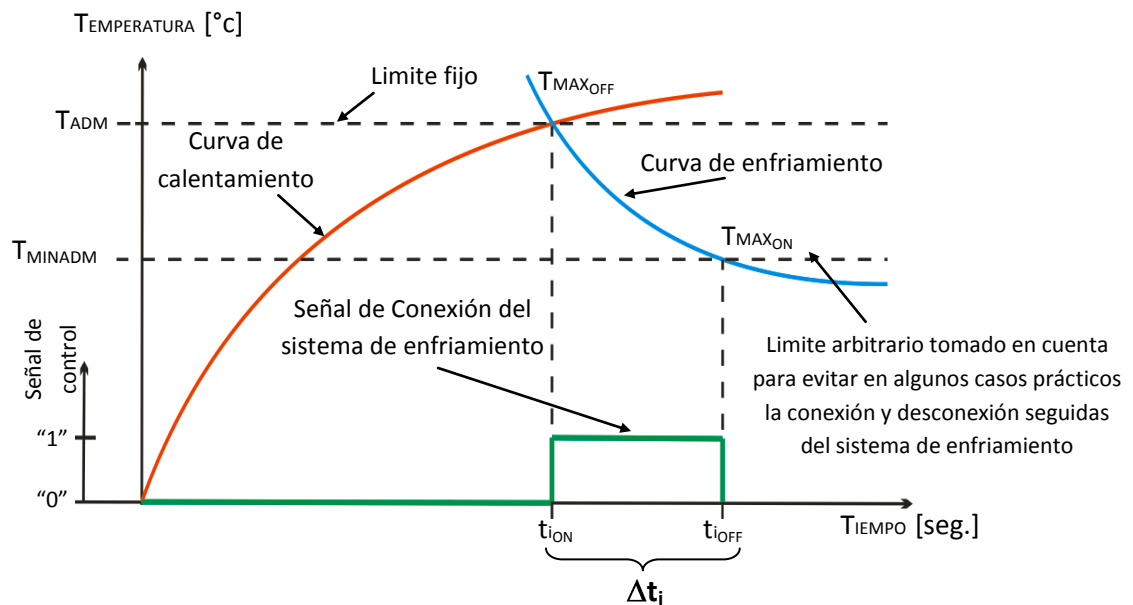


Fig. 4.2 Curva de calentamiento y enfriamiento de una máquina eléctrica rotatoria, señalando los límites de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento.

Considerando que  $\mathcal{X}$  representa el vector de coordenadas de los vértices de la malla de elemento finito sobrepuesta al corte del estator o rotor, es decir  $\mathcal{X} \subset \Omega_{\text{CETC}} \subset \Omega$

donde:

$\Omega_{\text{CETC}}$  : Corte del espacio de transferencia de calor a investigar

$\Omega$  : Corte de transferencia de calor

se establece que 
$$\mathcal{X}_{\text{TM}} = \mathcal{X} \Big|_{T_{\text{MAX}}} \subset \mathcal{X} \quad (4.3)$$

De (4.3) se considera que

$$T_{\text{MAX}} = T(\mathcal{X}, t) \quad (4.4)$$

Lo que significa, que el lugar donde se genera la temperatura máxima se desplaza en el espacio de transferencia de calor y su valor depende del tiempo; suponiendo que la generación de calor y los coeficientes de transferencia de calor convectiva son constantes, entonces:

$$T_{\text{MAX}} = f(t) \quad (4.5)$$

y

$$\Delta t_i = \varphi_i(T_{\text{MAX}}(\tau)) \quad \text{donde} \quad t_{\text{ioff}} \leq \tau \leq t_{\text{ion}} \quad (4.6)$$

Tomando en consideración lo antes mencionado, el índice de optimización para garantizar la minimización del gasto de energía que asegure que las temperaturas máximas generadas dentro del motor no sobrepasen sus valores admisibles en el límite de tiempo preestablecido, es  $Q_{\text{ENF}}$  y el problema de minimización será:

$$\min_{\alpha} Q_{\text{ENF}} \quad (4.7)$$

Donde:

$\alpha$  - señal de control

$Q_{\text{ENF}}$  - Representa el gasto de la energía necesaria para el enfriamiento externo; es decir:

$$Q_{\text{ENF}} = f(t_{\text{TE}}) \quad (4.8)$$

Donde:  $t_{\text{TE}}$  es el tiempo de trabajo del sistema de enfriamiento.

Considerando que  $f$  es la dependencia lineal de tipo:

$$Q_{ENF} = P t_{TE} \quad (4.9)$$

Donde:  $P$  es la potencia del ventilador o bomba del agente enfriador

Entonces, en un intervalo de trabajo del sistema de enfriamiento externo, la energía gastada es:

$$\Delta Q_{ENF} = P \Delta t_{TE} \quad (4.10)$$

Pasando de diferencias a las derivadas tenemos:

$$dQ_{ENF} = P dt_{TE} \quad (4.11)$$

Integrando (4.11) en ambos lados, tenemos:

$$\int_0^{t_{FIN}} dQ_{ENF} = P \int_0^{t_{FIN}} dt_{TE} \quad (4.12)$$

Entonces

$$Q_{ENF}(t_{FIN}) - Q_{ENF}(0) = P \int_0^{t_{FIN}} dt_{TE} = P \mathbb{J} \quad (4.13)$$

Donde

$Q_{ENF}(t_{FIN}) - Q_{ENF}(0)$  - Es la energía gastada en el intervalo de tiempo de  $0 \rightarrow t_{FIN}$

$\mathbb{J} = \int_0^{t_{FIN}} dt_{TE}$  - Representa la suma de intervalos de tiempo cuando el sistema de enfriamiento externo esta conectado.

En el caso investigado el sistema es lineal y el problema de la minimización de la energía gastada para el enfriamiento externo se reduce a la minimización de la suma de intervalos temporales cuando el enfriamiento esta conectado es decir, al problema de minimización en tiempo.

$$(4.14)$$

$$\min_{\alpha} Q_{ENF} \rightarrow \min_{t_{TE}} \mathbb{J}$$

Se conoce de literatura [61, 62] que para estos casos el tipo de control es BANG-BANG, es decir, el controlador debe de determinar los instantes de tiempo de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento, para que el tiempo de trabajo sea mínimo y las variables de estado, que en nuestro caso son las temperaturas máximas generadas dentro del estator y/o rotor estén en sus límites establecidos ( $T_{ADM}$ ,  $T_{MIN ADM}$ ).

### 4.3 Sistema de control de enfriamiento externo, aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito

En la fig. 4.3 se muestra el sistema a bloques del control de enfriamiento externo propuesto, con estructura variable en elemento finito, para el motor eléctrico a investigar, considerando el criterio de optimización descrito en 4.2.

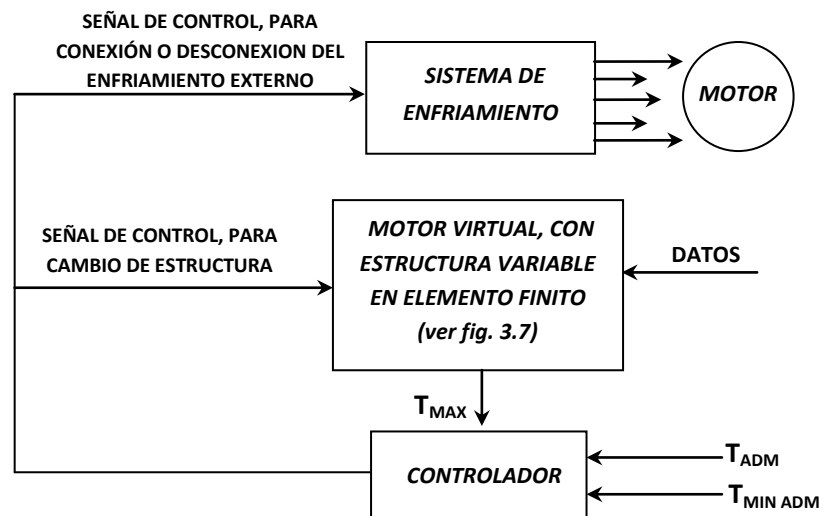


Fig. 4.3 Sistema de control de enfriamiento externo, aplicando el modelo con estructura variable

Donde :

$$T_{MAX} = \max[T_{estator}, T_{rotor}] \quad (4.15)$$

Como se puede observar, la propuesta que se presenta para el control del sistema de enfriamiento externo, aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito, se hace uso del motor virtual propuesto en 3.3.2, para determinar el comportamiento térmico generado por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria.



Es obvio, que el gasto de la energía necesaria para el enfriamiento externo será mínimo, si el sistema de enfriamiento se conecta solamente cuando la temperatura máxima generada dentro del estator o rotor llegase al valor máximo admisible y se desconecta cuando la temperatura baje. Los rangos admisibles de los cambios de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento, son considerados como las limitaciones de las señales de control para minimizar el gasto de energía en el proceso de enfriamiento de la máquina eléctrica rotatoria.

Para evitar en algunos casos prácticos de conexiones y desconexiones seguidas, se considera un margen de temperaturas  $\Delta T$ , dentro de los cuales no se realizan desconexiones del sistema de enfriamiento

donde:

$$\Delta T = T_{ADM} - T_{MIN ADM} \quad (4.16)$$

Y donde,  $\{T_{ADM}, T_{MIN ADM}\}$  son las entradas del controlador (ver fig. 4.3).

En la fig. 4.2 se muestra la curva de calentamiento y enfriamiento de una máquina eléctrica rotatoria, indicando el criterio para evitar en algunos casos prácticos las conexiones y desconexiones seguidas del sistema de enfriamiento.

En el caso de conexión y desconexión del sistema de enfriamiento mostrado en la fig 4.2 y en la fig. 4.3, la señal de control de enfriamiento va a tomar solamente dos estados "on" y "off" o valores lógicos "1" y "0".

#### **4.4 Algoritmo e interpretación del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.**

A continuación, se presenta la interpretación de la propuesta del sistema de control de enfriamiento externo, con estructura variable en elemento finito, considerando el criterio de optimización descrito en 4.2 para evitar que las temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas dentro del motor, no sobrepase su valor admisible, manteniendo un régimen térmico correcto, minimizado el gastos de energía para el proceso de enfriamiento externo (ver figs. 3.7, 4.2 y 4.3 ).

#### 4.4.1 Interpretación del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.

1. Se considera que la máquina está a temperatura ambiente, cuando se pone en marcha el motor eléctrico. El proceso de generación de pérdidas eléctricas y/o magnéticas inicia, provocando el calentamiento de las diversas piezas de la máquina (estator y rotor). Para el régimen de arranque del motor frío, se considera la estructura  $T_{\text{estator}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{OFF}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del estator y  $T_{\text{rotor}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{OFF}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del rotor, donde  $T_0 = 0$ .
2. El controlador compara la temperatura máxima generada dentro del estator y rotor ( $T_{\text{MAX}}$ ) con el valor admisible  $T_{\text{ADM}}$  dado, y en el momento cuando las temperaturas se igualan, la señal de control produce un pulso que conecta el sistema de enfriamiento en estado "ON". Esta etapa representa el cambio de estructura  $T_{\text{estator}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{ON}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del estator y  $T_{\text{rotor}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{ON}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del rotor con  $T_0$  que representa las temperaturas del último vector de valores generados en la etapa anterior (paso 1).
3. Las temperaturas dentro del estator y rotor bajan, y en el momento cuando las temperaturas máximas generadas dentro del estator o rotor alcanzan el valor dado  $T_{\text{MINADMISIBLE}}$  la señal de control desconecta el sistema de enfriamiento (estado "OFF"). Esta etapa representa el cambio de la estructura  $T_{\text{estator}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{OFF}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del estator y  $T_{\text{rotor}} = \text{parabolic}(T_0, \text{tiempo}, b^{\text{OFF}}, p, e, t, c, a, f_m, d)$  para el núcleo del rotor con  $T_0$  que representa las temperaturas del último vector de valores generados en la etapa anterior (paso 2).
4. Los pasos 2 y 3 se repiten hasta llegar al tiempo final, que corresponde a la desconexión del motor.

En la fig. 4.4, se presenta en forma de algoritmo, la propuesta para el control de enfriamiento de máquinas eléctricas rotatorias, que determina los instantes en tiempo de conexiones y desconexiones del sistema de enfriamiento externo, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase los valores admisibles por un lado y minimice el gasto de energía necesaria para el enfriamiento externo por el otro lado.

Con base en el algoritmo presentado en la figura 4.4, se elaboró un programa en el lenguaje MATLAB que determina para diferentes agentes enfriadores (aire, agua y aceite) el régimen térmico correcto de las máquinas eléctricas rotatorias para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento. Éste programa descrito, se presenta en el apéndice C.

**4.4.2 Algoritmo del sistema de control de enfriamiento externo con estructura variable en elemento finito.**

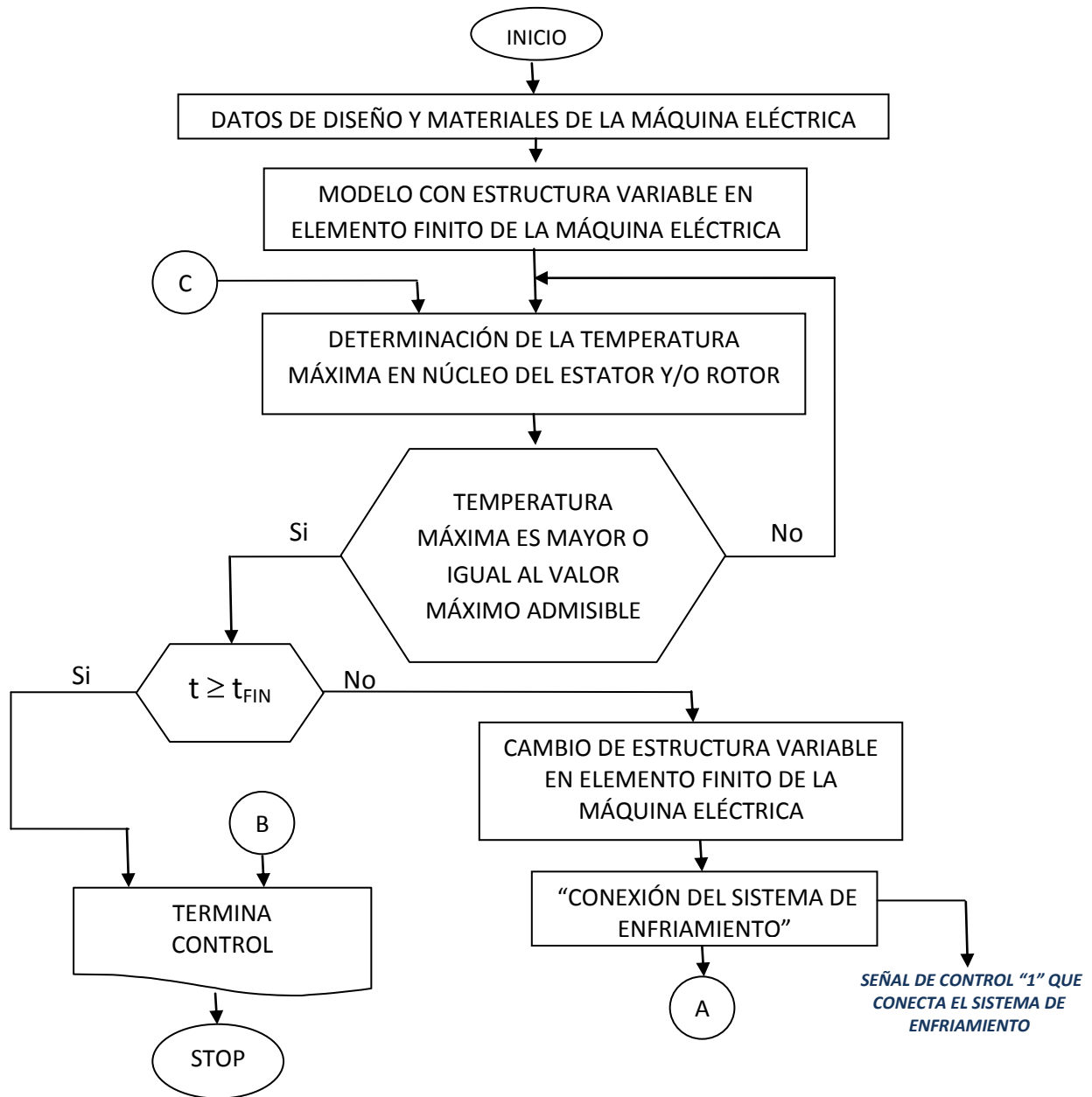


fig. 4.4 Algoritmo para el control de enfriamiento externo de motores eléctricos, aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito.

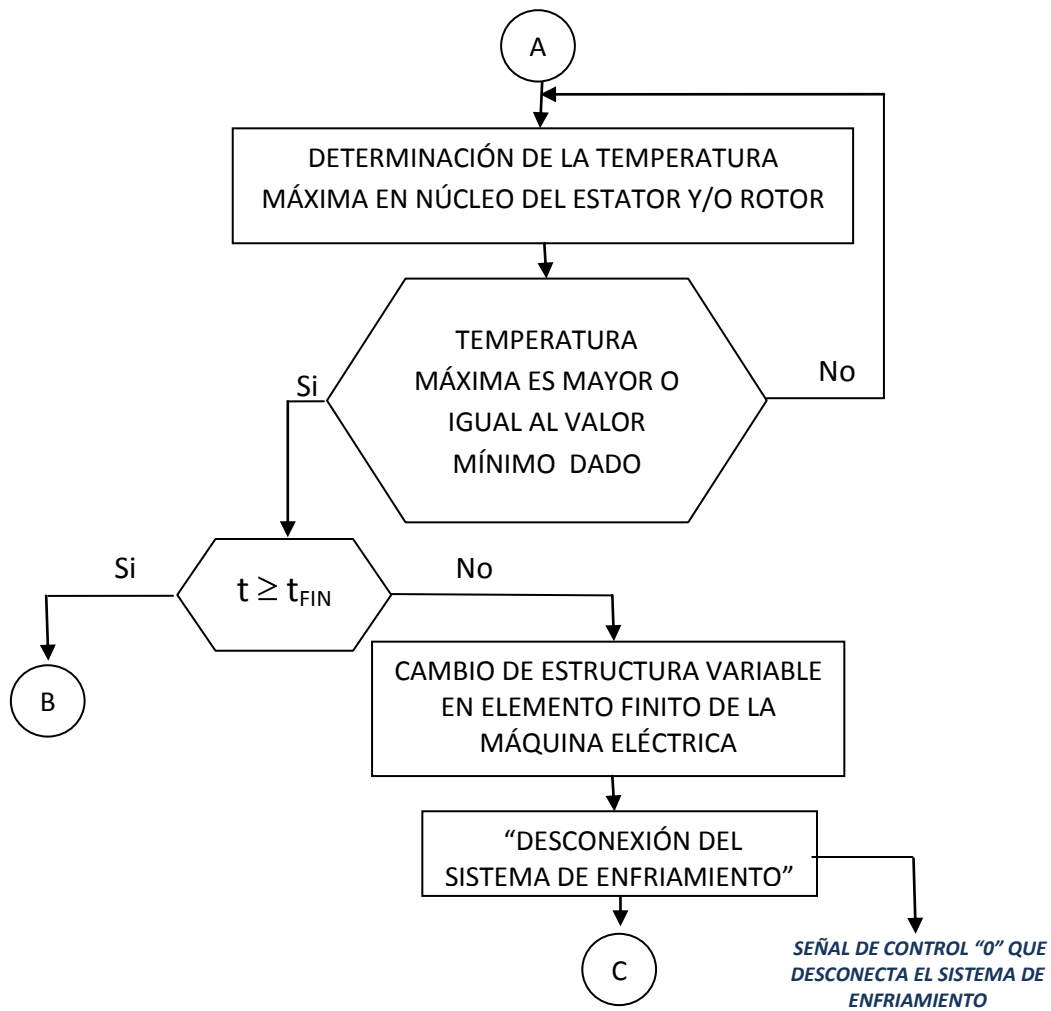


Fig. 4.4 Algoritmo para el control de enfriamiento externo de motores eléctricos, aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito (Continuación).

## **CAPÍTULO 5**

# **PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

### **5.1 Introducción**

En éste capítulo, se presentan los resultados del motor virtual con estructura variable en elemento finito, propuesto en el capítulo 3, para el control óptimo del sistema enfriamiento externo de las máquinas eléctricas rotatorias, planteado en el capítulo 4.

Las simulaciones que se realizan están enfocadas a motores de pequeña y alta potencia (ver fig. 3.1). Estas simulaciones, muestran la señal de control óptimo, que mantiene un régimen térmico correcto, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento.

Para evitar algunos casos prácticos de conexiones y desconexiones consecutivas del sistema de enfriamiento, se ha considerado un margen de temperaturas  $\Delta T$  (ver 4.3).

Los coeficientes de transferencia de calor considerados para estas simulaciones, fueron seleccionados, respetando los valores aproximados de los diferentes agentes enfriadores: aire, agua y aceite, utilizados en los sistemas de enfriamiento para máquinas eléctricas rotatorias.

### **5.2 Simulaciones realizadas para el motor 1 y 2**

Las simulaciones que se presentan en éste apartado, se realizaron en base al algoritmo mostrado en la fig. 4.4.

Las simulaciones para el control de la temperatura máxima generada dentro de un motor, manteniendo un régimen térmico correcto, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento, fue llevado a cabo para los motores 1 y 2.

Se realizaron dieciocho simulaciones al motor 1 y dieciocho simulaciones al motor 2, con diferentes agentes enfriadores: aire, agua y aceite, considerando: los límites de temperaturas de los materiales aislantes mostrados en el apéndice F, un margen de temperaturas  $\Delta T$  para evitar conexiones y desconexiones frecuentes del sistema de enfriamiento y los valores de los coeficientes de transferencia de calor por convención, utilizados para el sistema de enfriamiento externo, los cuales fueron seleccionados de los rangos de valores aproximados presentados en el apéndice G.

Los datos numéricos para éstas simulaciones, se presentan en la tabla 5.1, tabla 5.2, y tabla 5.3, y se respetó los datos de los materiales de diseño para las máquinas eléctricas rotatorias 1 y 2 mostrados en la tabla 3.2.

Las simulaciones que se prestan a continuación, son realizadas en el régimen de trabajo continuo del motor. En las figuras 5.1 hasta la 5.18, se muestran las simulaciones realizadas para el motor 1 y las figuras 5.19 hasta la 5.36, son resultados de las simulaciones realizadas para el motor 2.

**TABLA 5.1**  
DATOS PARA OBTENER RESULTADOS DE SIMULACIONES PARA EL MOTOR 1 y 2 A INVESTIGAR

Figuras		$T_{ADM}$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	<i>Agente Enfriador: Aire</i> (ver apéndice G)			
				Coeficientes de transferencia de calor por convección para el sistema de enfriamiento externo [W/m <sup>2</sup> °C]			
Motor 1	Motor 2			Por el lado de la Carcasa		Por el lado del Entrehierro	
				$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$	$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$
5.1	5.19	70 °C	5	20	50	20	50
5.2	5.20	70°C	10	20	50	20	50
5.3	5.21	70°C	10	50	100	50	100
5.4	5.22	80°C	5	70	150	70	150
5.5	5.23	80°C	10	50	200	50	200
5.6	5.24	80°C	10	100	250	100	250

**TABLA 5.2**  
DATOS PARA OBTENER RESULTADOS DE SIMULACIONES PARA EL MOTOR 1 y 2 A INVESTIGAR

Figuras		$T_{ADM}$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	<i>Agente Enfriador: Agua</i> (ver apéndice G)			
				Coeficientes de transferencia de calor por convección para el sistema de enfriamiento externo [W/m <sup>2</sup> °C]			
Motor 1	Motor 2			Por el lado de la Carcasa		Por el lado del Entrehierro	
				$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$	$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$
5.7	5.25	70 °C	5	50	150	50	150
5.8	5.26	70°C	10	50	2000	50	2000
5.9	5.27	70°C	10	300	1200	300	1200
5.10	5.28	80°C	5	100	500	100	500
5.11	5.29	80°C	10	50	15000	50	15000
5.12	5.30	80°C	10	70	10000	70	300

TABLA 5.3  
DATOS PARA OBTENER RESULTADOS DE SIMULACIONES PARA EL MOTOR 1 y 2 A INVESTIGAR

Figura		$T_{ADM}$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	<i>Agente Enfriador: Aceites en general</i> (ver apéndice G)			
				Coeficientes de transferencia de calor por convección para el sistema de enfriamiento externo [W/m <sup>2</sup> °C]			
Motor 1	Motor 2			Por el lado de la Carcasa		Por el lado del Entrehierro	
				$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$	$\alpha^{OFF}$	$\alpha^{ON}$
5.13	5.31	70 °C	5	60	80	60	80
5.14	5.32	70°C	10	80	130	80	130
5.15	5.33	70°C	10	90	600	90	600
5.16	5.34	80°C	5	60	200	60	200
5.17	5.35	80°C	10	80	500	80	500
5.18	5.36	80°C	10	60	700	60	700

### 5.2.1 Simulaciones realizadas para el motor 1

Los resultados de la simulación realizadas para el motor 1, utilizando el programa elaborado en MATLAB® versión R2007a (ver apéndice C) y empleando los datos numéricos presentados en las tabla 5.1, tabla 5.2, y tabla 5.3, tienen como finalidad mostrar el comportamiento térmico, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento.

En las figuras 5.1 hasta la 5.18, se muestran las simulaciones realizadas para el motor 1.

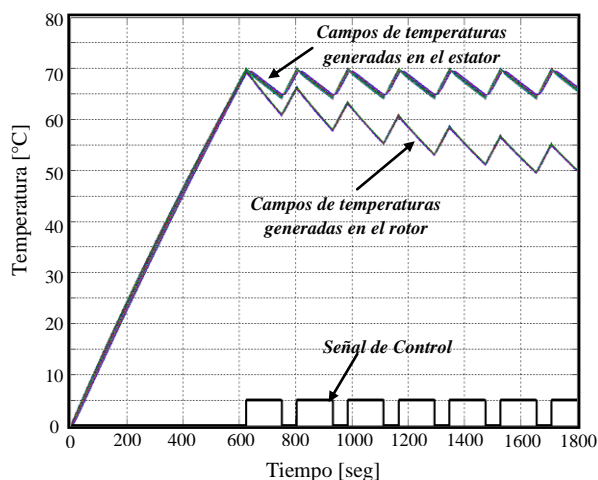


Fig. 5.1 Resultado de Simulación 1.

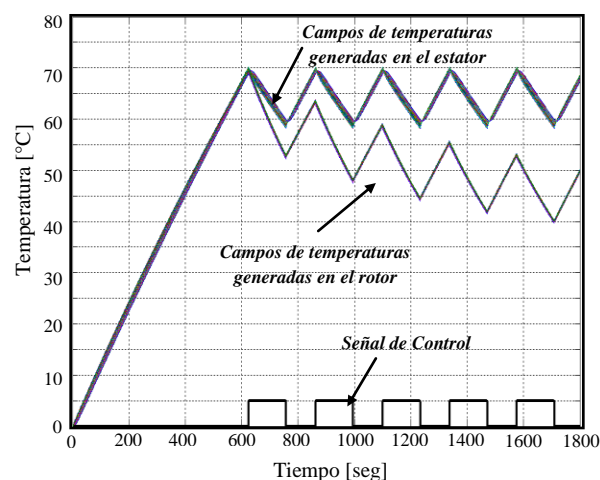


Fig. 5.2 Resultado de Simulación 2.

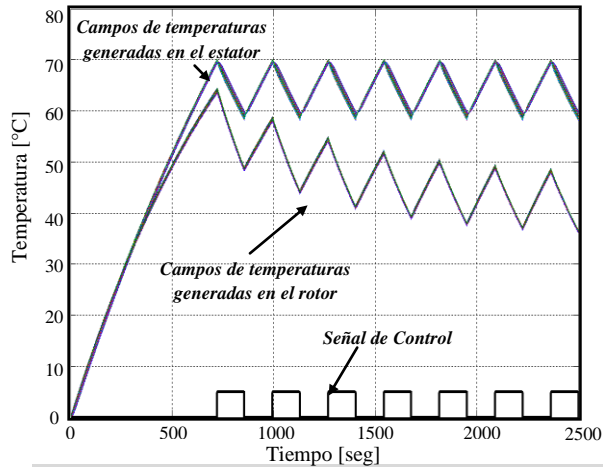


Fig. 5.3 Resultado de Simulación 3.

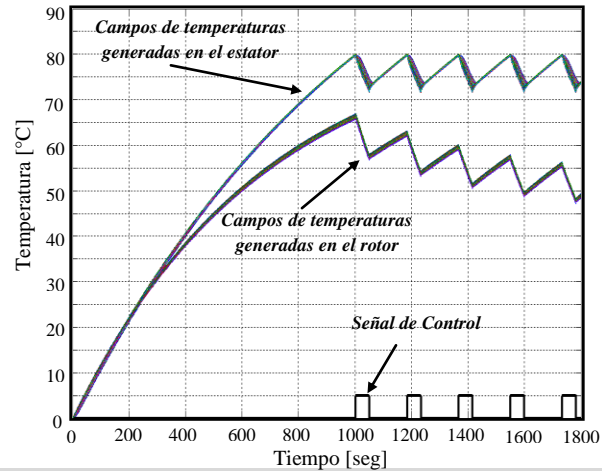


Fig. 5.4 Resultado de Simulación 4.

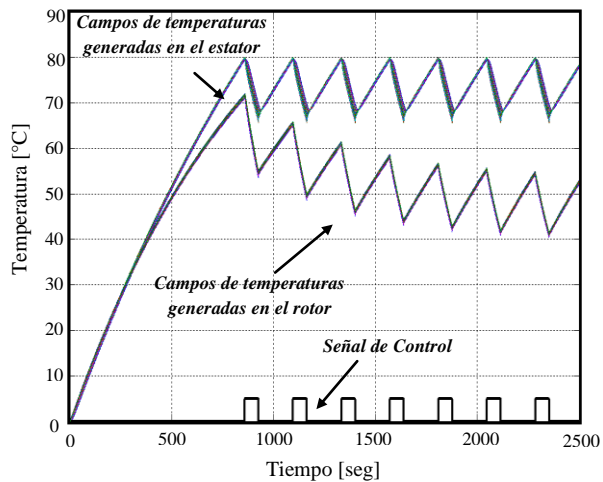


Fig. 5.5 Resultado de Simulación 5.

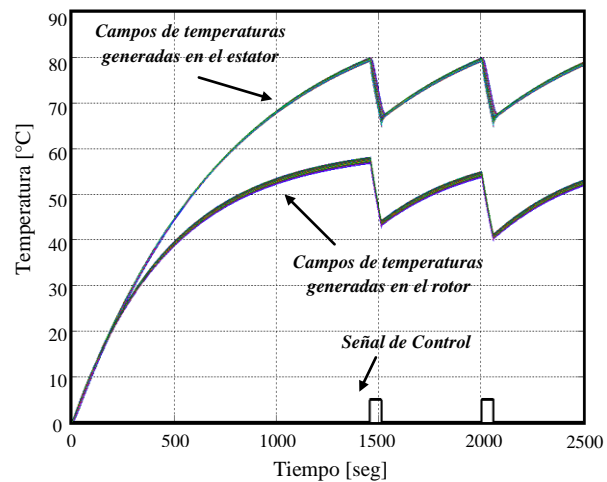


Fig. 5.6 Resultado de Simulación 6.

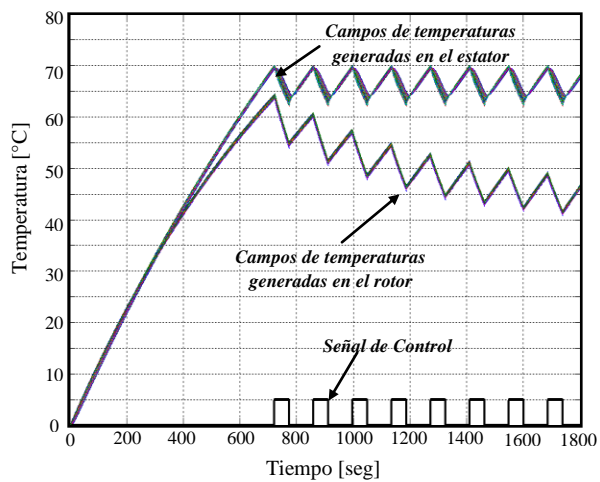


Fig. 5.7 Resultado de Simulación 7.

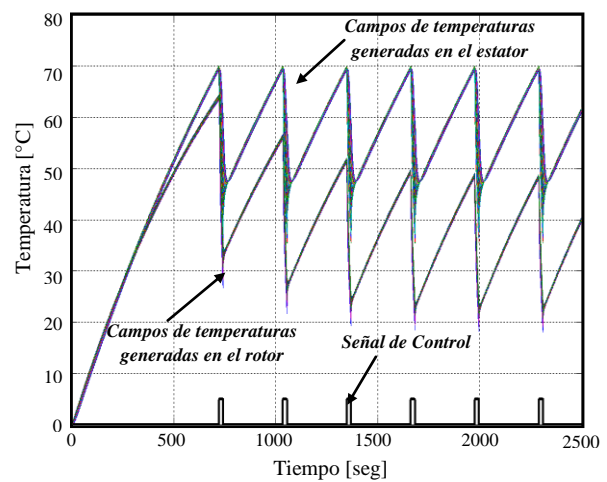


Fig. 5.8 Resultado de Simulación 8.



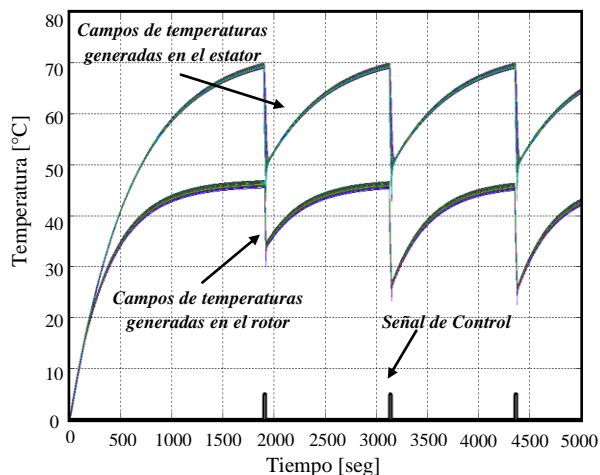


Fig. 5.9 Resultado de Simulación 9.

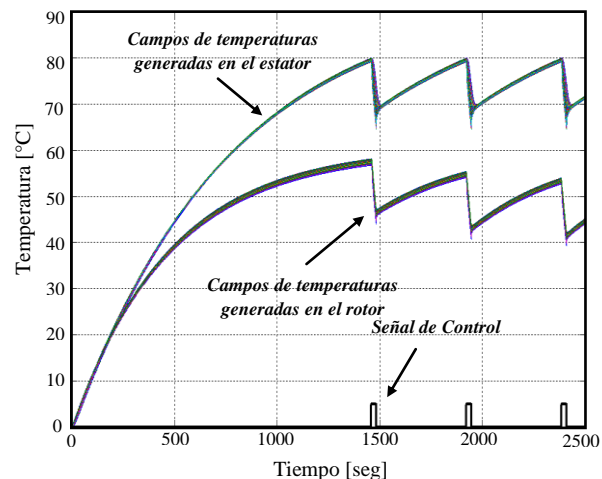


Fig. 5.10 Resultado de Simulación 10.

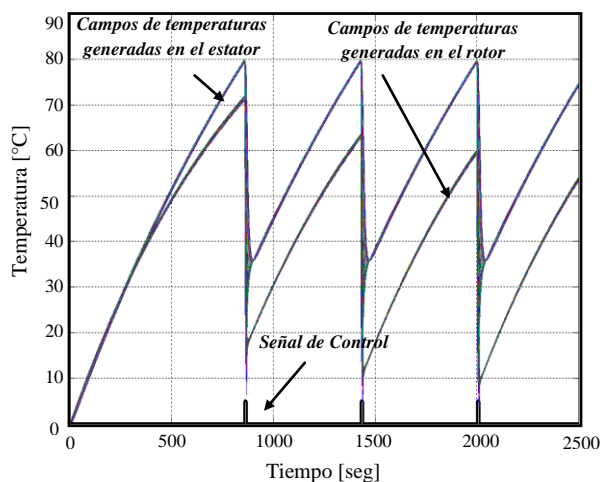


Fig. 5.11 Resultado de Simulación 11.

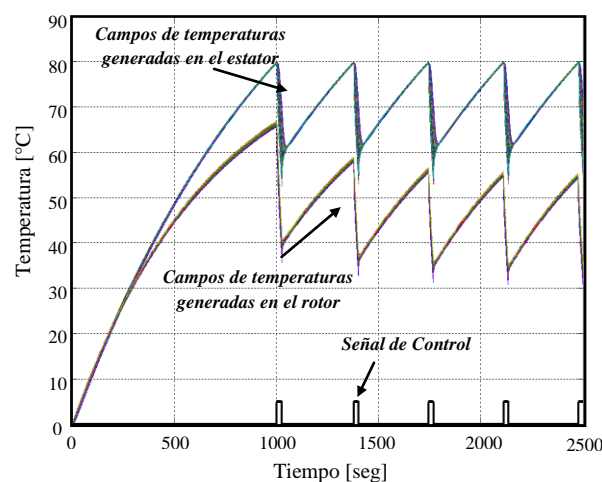


Fig. 5.12 Resultado de Simulación 12.

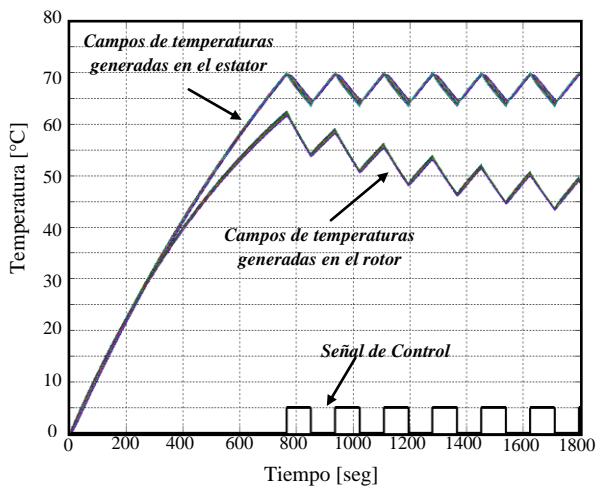


Fig. 5.13 Resultado de Simulación 13.

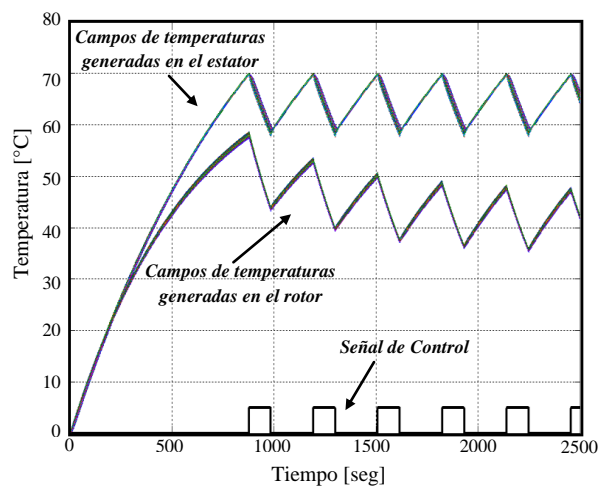


Fig. 5.14 Resultado de Simulación 14.

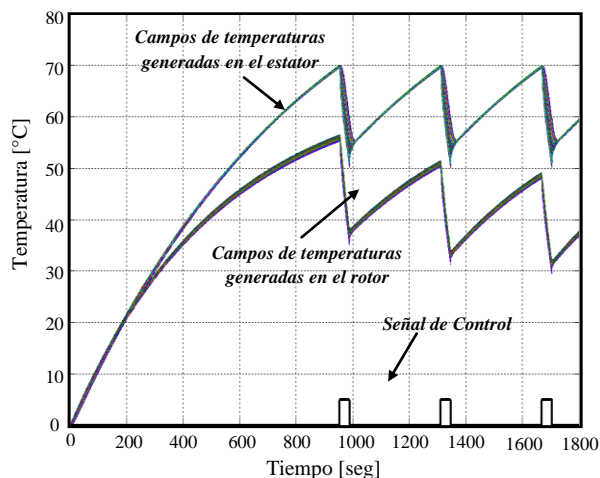


Fig. 5.15 Resultado de Simulación 15.

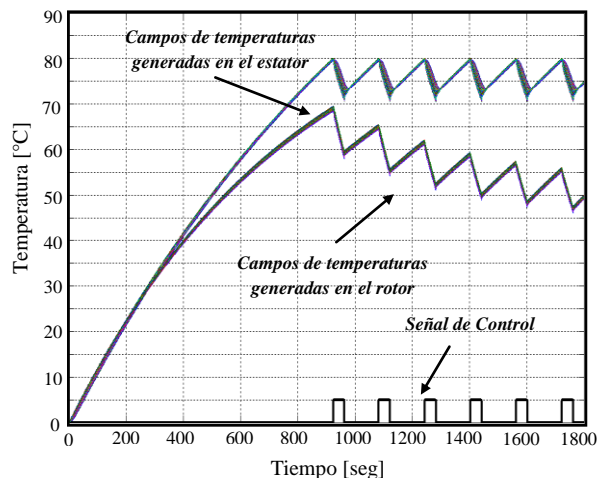


Fig. 5.16 Resultado de Simulación 16.

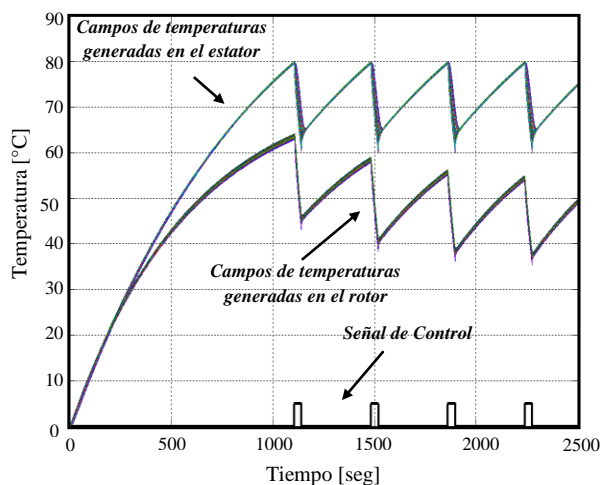


Fig. 5.17 Resultado de Simulación 17.

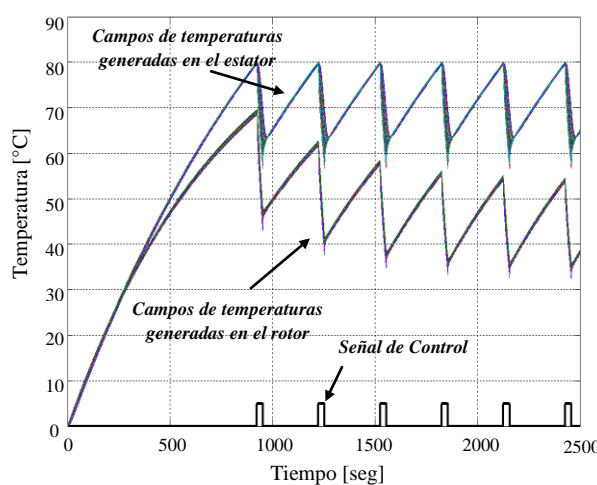


Fig. 5.18 Resultado de Simulación 18.

## 5.2.2 Simulaciones realizadas para el motor 2

Los resultados de la simulación realizadas para el motor 2, utilizando el programa elaborado en MATLAB® versión R2007a (ver apéndice C) y empleando los datos numéricos presentados en las tabla 5.1, tabla 5.2, y tabla 5.3, tienen como finalidad mostrar el comportamiento térmico, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor, no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento.

En las figuras 5.19 hasta la 5.36, se muestran las simulaciones realizadas para el motor 2.

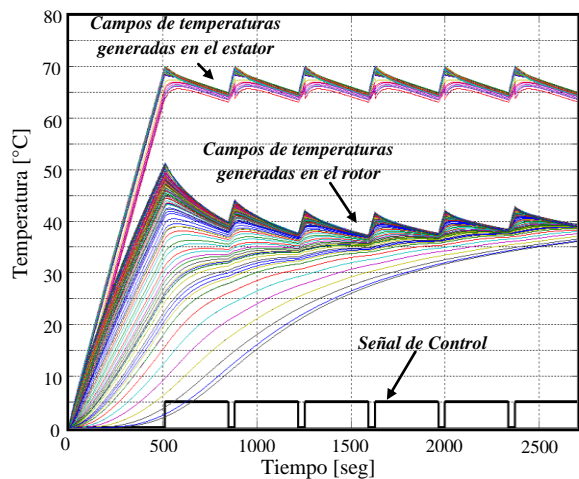


Fig. 5.19 Resultado de Simulación 19.

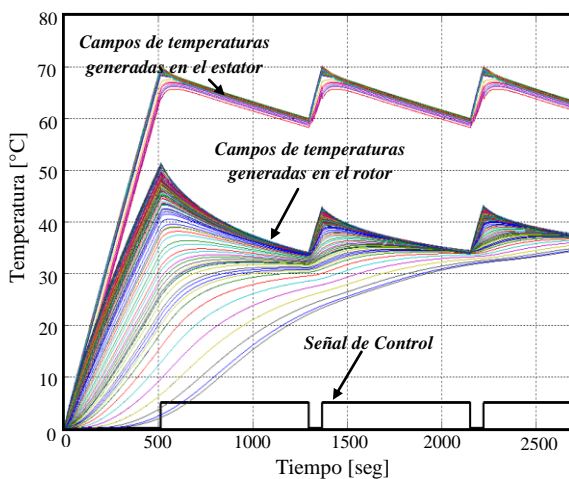


Fig. 5.20 Resultado de Simulación 20.

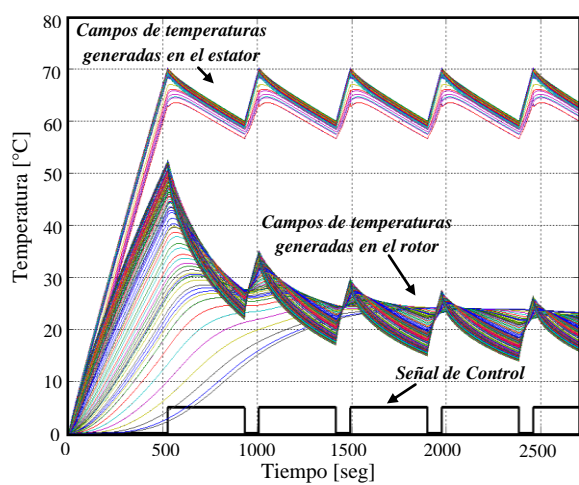


Fig. 5.21 Resultado de Simulación 21.

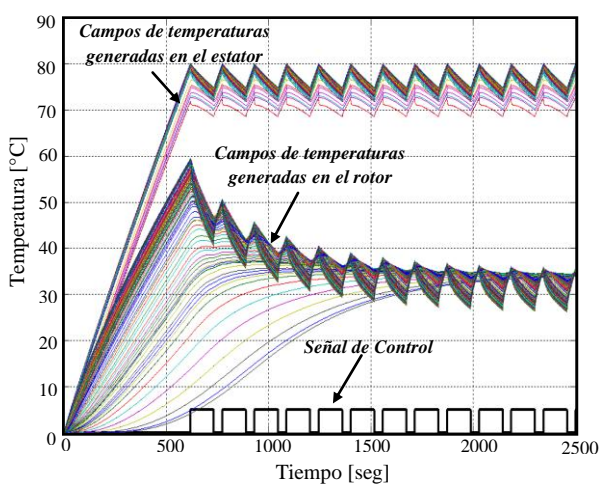


Fig. 5.22 Resultado de Simulación 22.

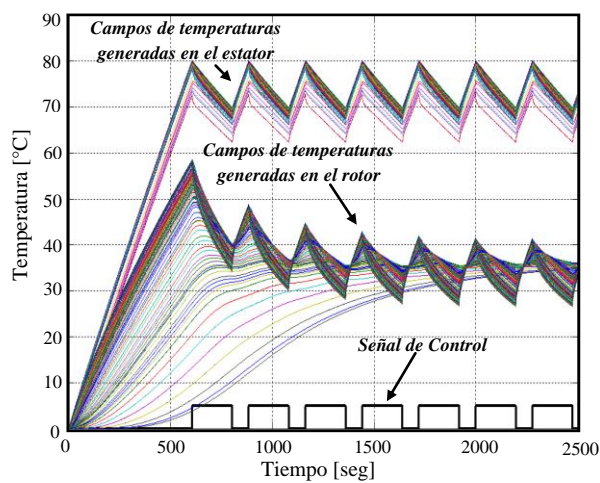


Fig. 5.23 Resultado de Simulación 23.

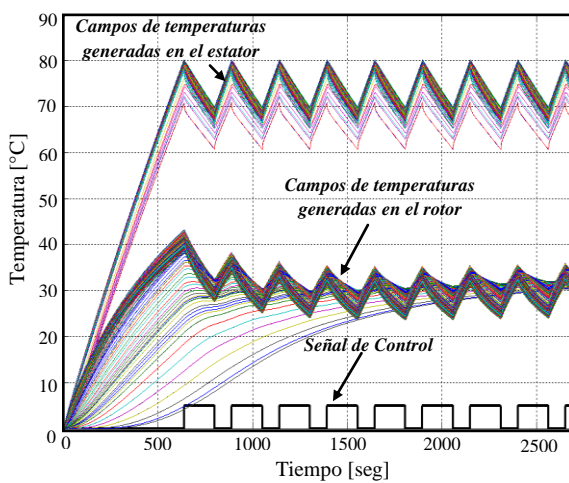


Fig. 5.24 Resultado de Simulación 24.

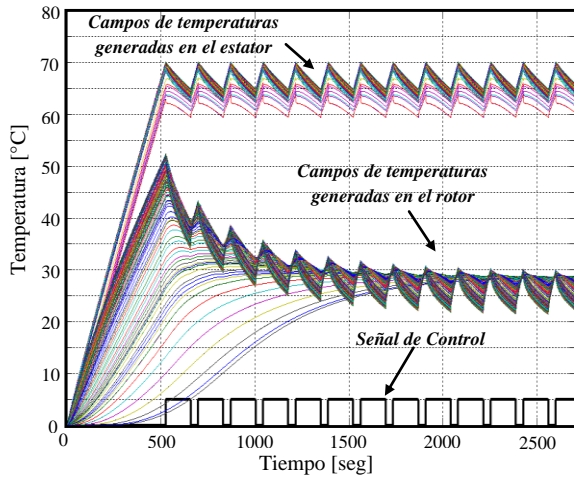


Fig. 5.25 Resultado de Simulación 25.

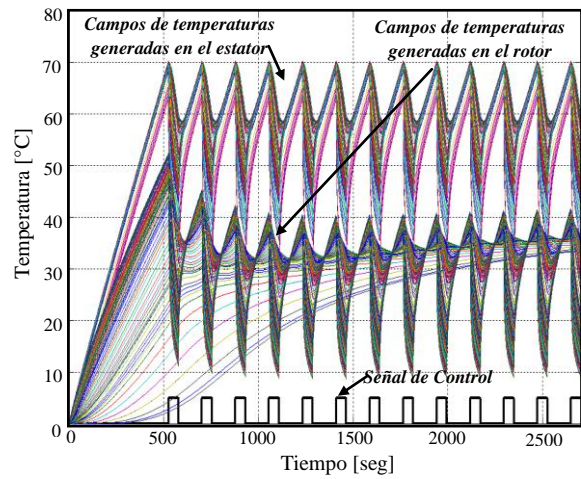


Fig. 5.26 Resultado de Simulación 26.

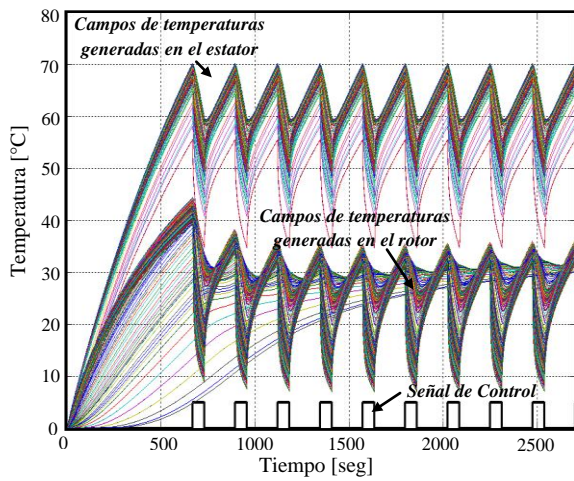


Fig. 5.27 Resultado de Simulación 27.

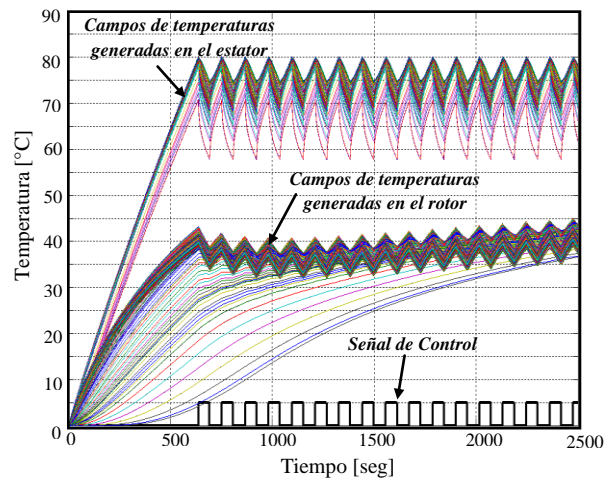


Fig. 5.28 Resultado de Simulación 28.

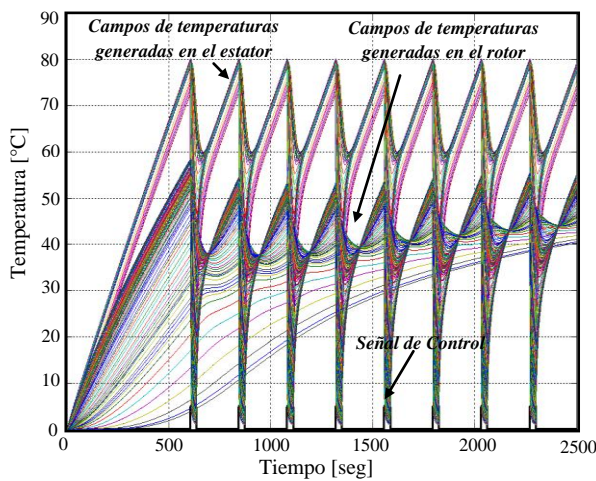


Fig. 5.29 Resultado de Simulación 29.

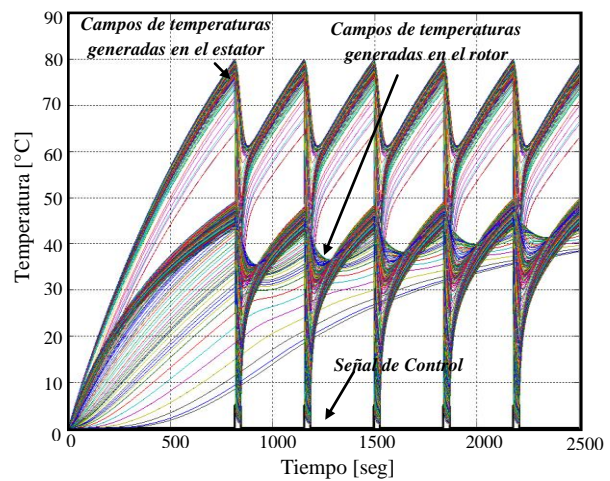


Fig. 5.30 Resultado de Simulación 30.

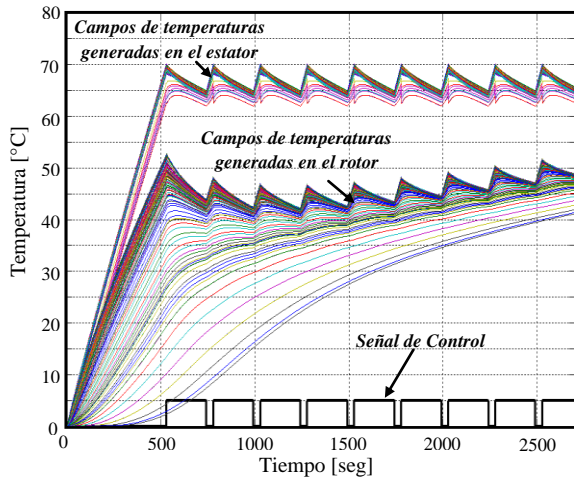


Fig. 5.31 Resultado de Simulación 31.

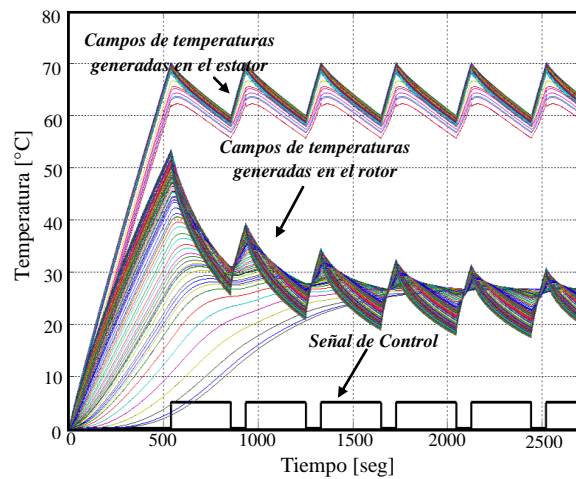


Fig. 5.32 Resultado de Simulación 32.

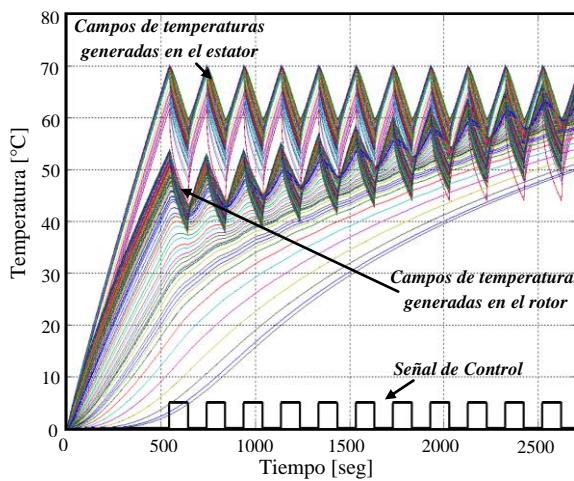


Fig. 5.33 Resultado de Simulación 33.

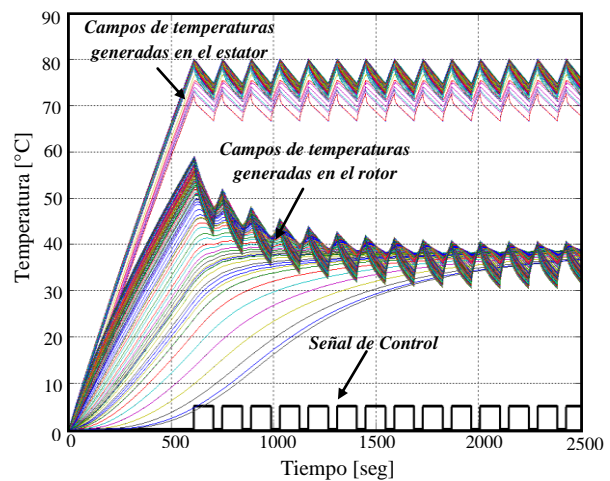


Fig. 5.34 Resultado de Simulación 34.

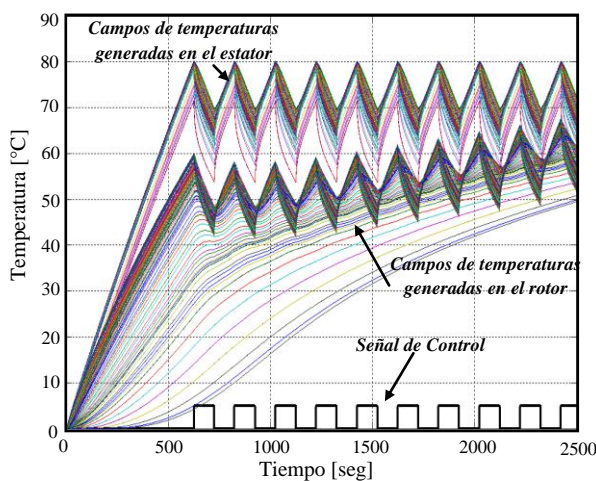


Fig. 5.35 Resultado de Simulación 35.

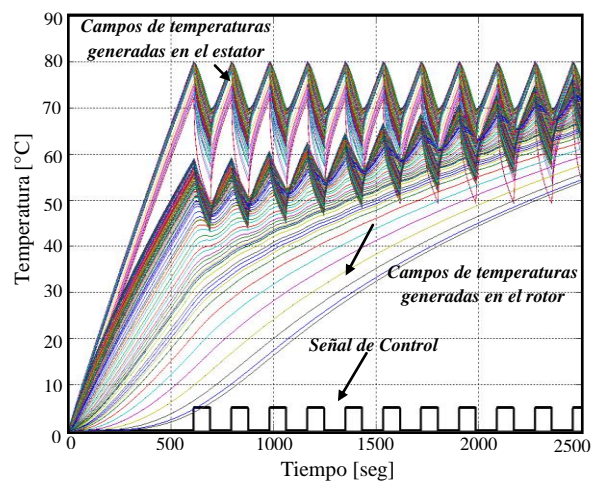


Fig. 5.36 Resultado de Simulación 36.

### 5.3 Análisis de resultados de las simulaciones realizadas para el motor 1 y 2

Como resultado de la simulación digital en elemento finito del modelo de transferencia de calor, utilizando el motor virtual propuesto en éste trabajo de tesis (ver fig. 3.7), se puede determinar la distribución de temperaturas en el corte del estator y rotor para cualquier máquina eléctrica de diferente dimensión (ver fig. 3.5 y 3.6).

En consecuencia, se han realizado diferentes simulaciones (ver figs. 5.1 hasta la 5.36), con el objetivo de mostrar el comportamiento térmico que tiene una máquina eléctrica rotatoria, cuando se somete a un control de temperatura máxima generada dentro del motor, manteniendo un régimen térmico correcto, para evitar la disminución de la vida útil de éste, minimizando los gastos de energía para el proceso de enfriamiento.

Con la propuesta del sistema de control de enfriamiento externo, aplicando el modelo con estructura variable en elemento finito (ver capítulo 4), estas simulaciones (ver figs 5.1 hasta la 5.36), obtuvieron diferentes resultados que a continuación se analizarán:

- Debido a las formas geométricas y a las propiedades de los materiales del núcleo del estator y/o rotor, el efecto de los valores de los coeficientes de transferencia de calor tienden a retardar y/o acelerar los cambios de temperatura.
- De los resultados obtenidos de las diversas simulaciones presentadas en 5.2.1, se puede observar que en el caso de máquinas relativamente pequeñas (inferiores a 10 Hp), los gradientes de temperatura se pueden despreciar. En este caso, se recomienda realizar el estudio del comportamiento térmico, considerando el modelo matemático con parámetros concentrados.
- De las simulaciones realizadas en 5.2.2, se observa, que para motores más grandes, los gradientes de temperatura en el estator o rotor pueden alcanzar grandes valores, por lo que se recomienda realizar el estudio del comportamiento térmico, considerando el modelo matemático y el método propuesto, vistos en los capítulos 3 y 4.

En la figuras 5.37, se observan distribuciones de temperaturas generadas dentro del estator y rotor en el volumen investigado, manifestado en las simulaciones 14 y 32 de las figuras 5.14 y 5.32 respectivamente.

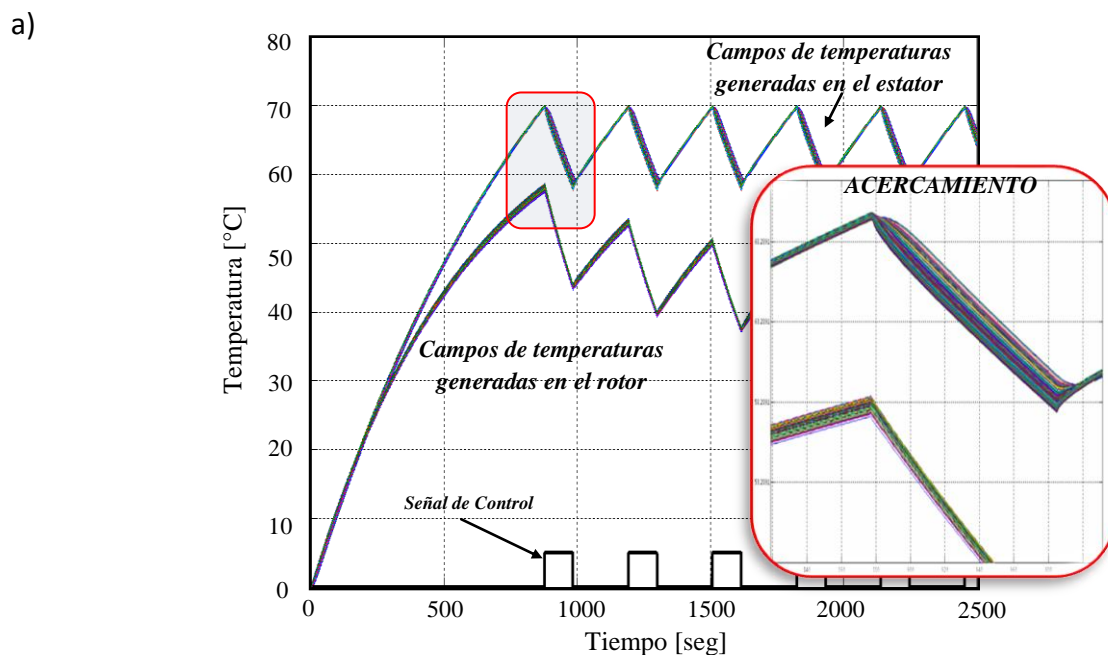


Fig. 5.37a Distribuciones de temperaturas en el proceso de calentamiento-enfriamiento (máquina 1)

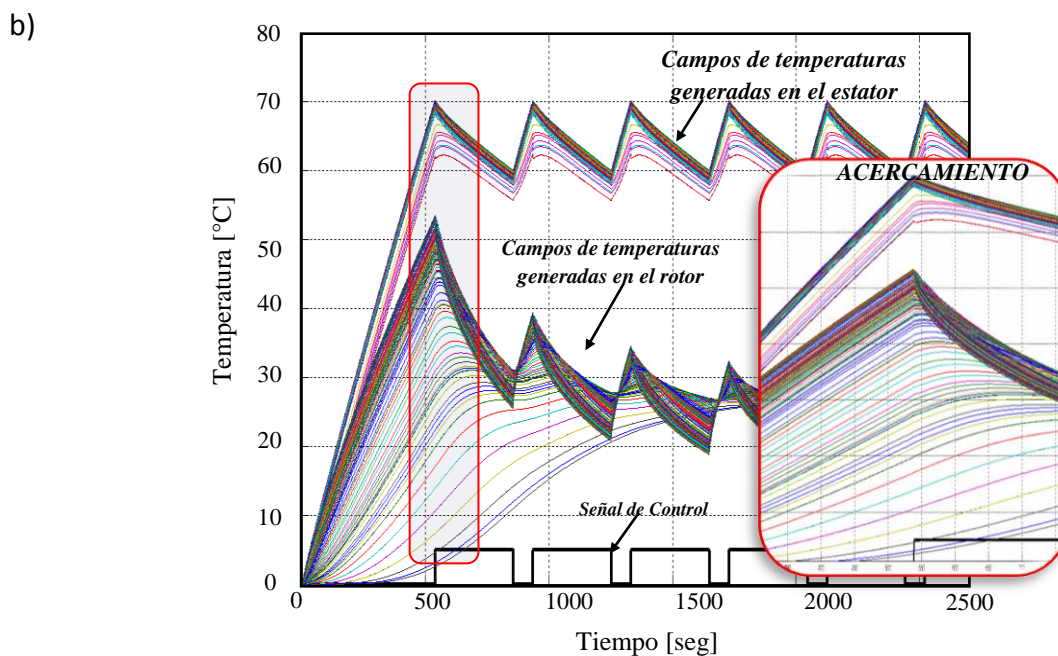


Fig. 5.37b Distribuciones de temperaturas en el proceso de calentamiento-enfriamiento (máquina 2)

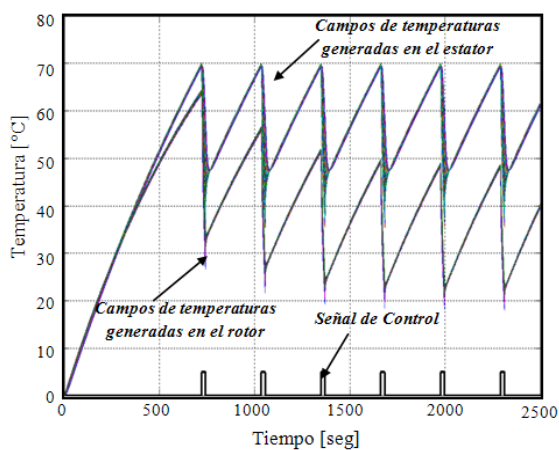
- La elección del agente enfriador y su velocidad de flujo inadecuados, puede provocar en motor eléctrico un estado de sobreenfriamiento. Al generar sobreenfriamiento en una máquina eléctrica, el sistema de enfriamiento externo puede consumir elevadas cantidades de energía.

En la figura 5.38, se muestran algunas simulaciones utilizando refrigerantes y/o velocidades de flujo no adecuadas para los motores 1 y 2; es decir, para estas simulaciones se utilizaron coeficientes de transferencia de calor incorrectos para el enfriamiento de dichas máquinas, provocando el sobreenfriamiento.

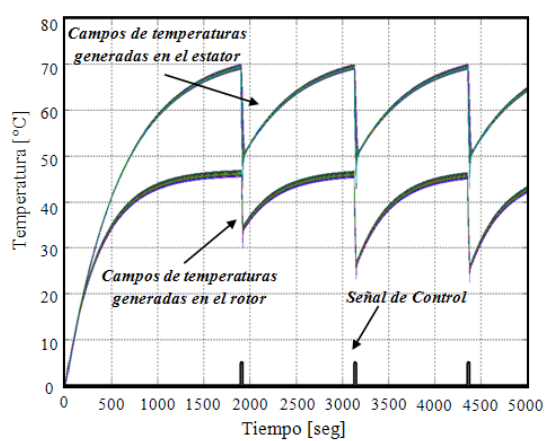
En la figura 5.38 a,b,d se muestra el sobreenfriamiento para el motor 1 sobrepasando el límite inferior establecido 20°C de su valor admisible, cuando el límite dado es 10°C.

En la figura 5.38 c, se muestra el sobreenfriamiento para el motor 1 sobrepasando el límite inferior establecido 40°C de su valor admisible, cuando el límite dado es 10°C.

En la figura 5.39, se muestran el sobreenfriamiento para el motor 2 sobrepasando los límites inferiores establecidos.



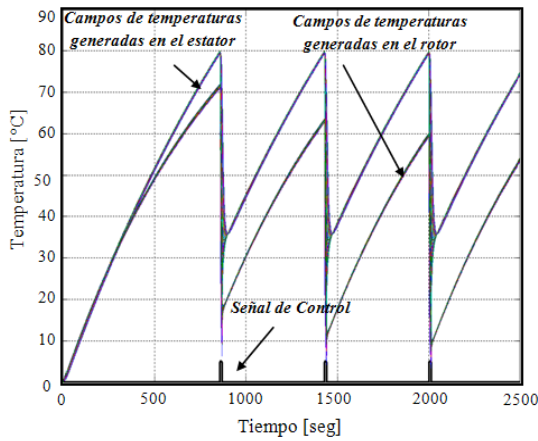
a) Fig. 5.8 Resultado de simulación 8



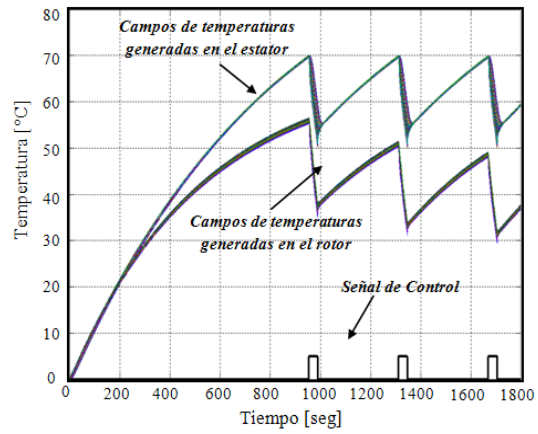
b) Fig. 5.9 Resultado de simulación 8

Fig. 5.38 a, b) Simulaciones para la máquina 1, utilizando coeficientes de transferencia de calor no adecuados para el sistema de enfriamiento externo.



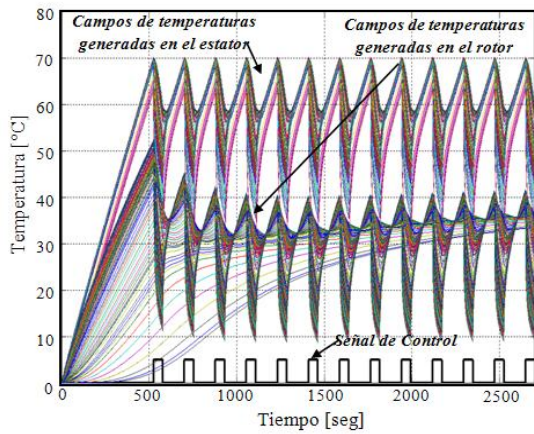


c) Fig. 5.11 Resultado de simulación 11

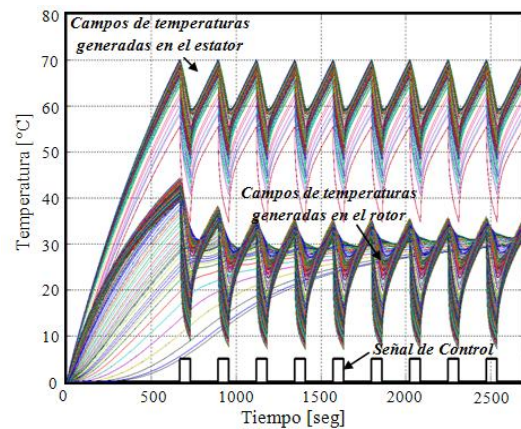


d) Fig. 5.15 Resultado de simulación 15

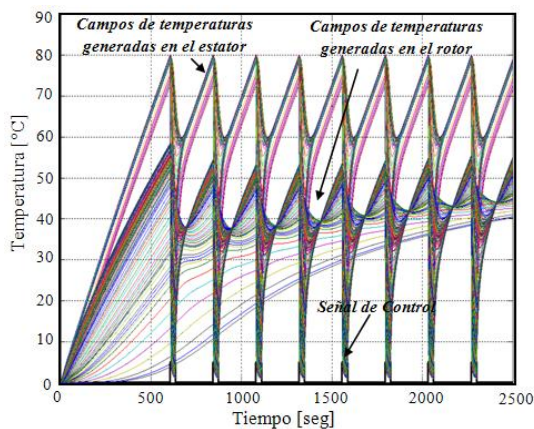
Fig. 5.38 c,d) Simulaciones para la máquina 1, utilizando coeficientes de transferencia de calor no adecuados para el sistema de enfriamiento externo (continua).



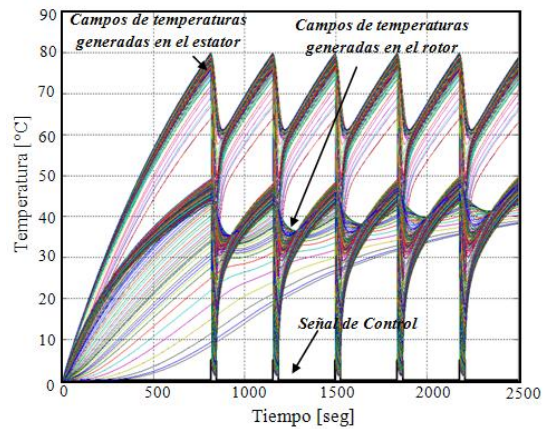
a) Fig. 5.26 Resultado de simulación 26



b) Fig. 5.27 Resultado de simulación 27



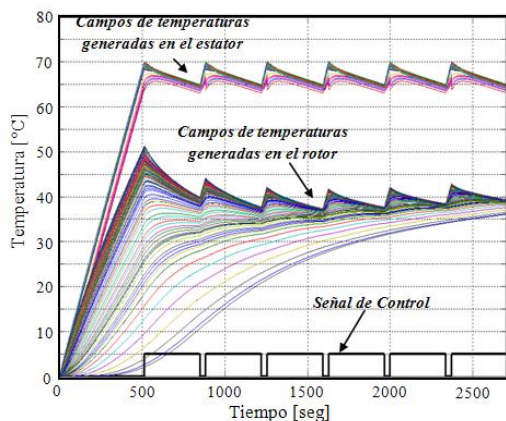
c) Fig. 5.29 Resultado de simulación 29



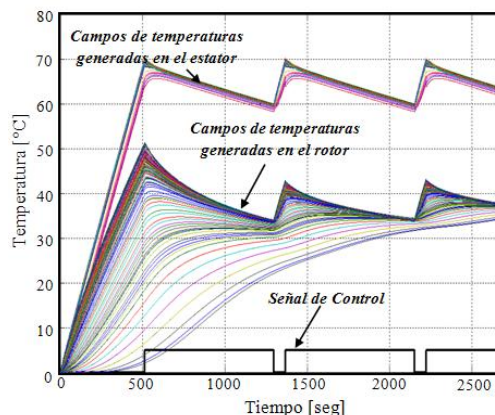
d) Fig. 5.30 Resultado de simulación 30

Fig. 5.39 Simulaciones para la máquina 2, utilizando coeficientes de transferencia de calor no adecuados para el sistema de enfriamiento externo.

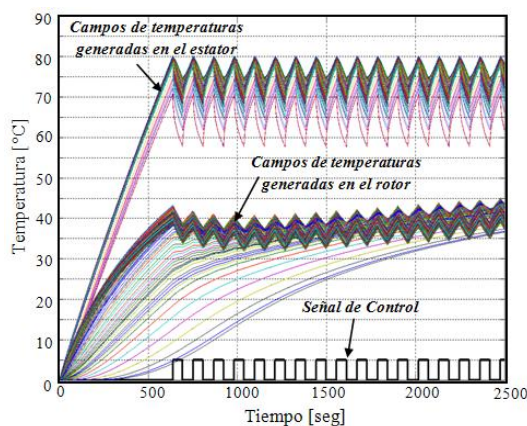
En la figura 5.40 se muestran algunos ejemplos de la distribución de temperatura generadas dentro del estator y rotor con coeficientes de transferencia de calor correctos. En estas simulaciones se conservan los valores máximos de temperaturas dentro de sus límites y no se observa sobreenfriamiento.



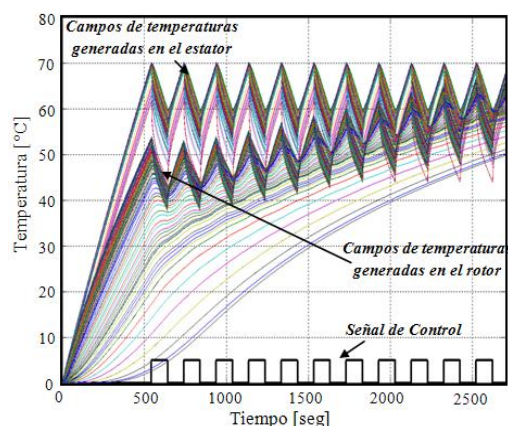
a) Fig. 5.19 Resultado de simulación 19



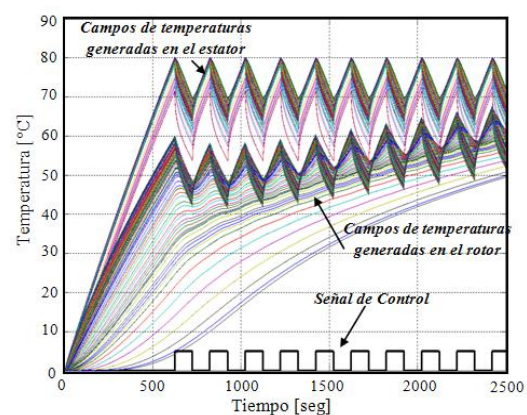
b) Fig. 5.20 Resultado de simulación 20



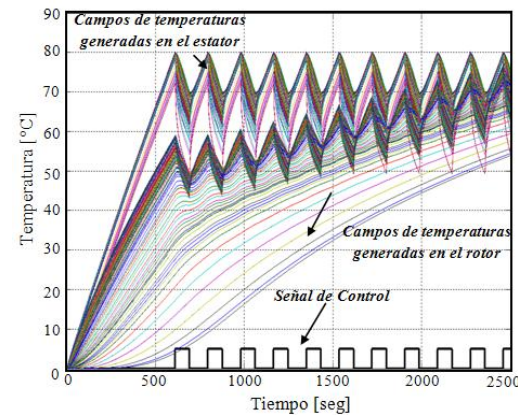
c) Fig. 5.28 Resultado de simulación 28



d) Fig. 5.33 Resultado de simulación 33



e) Fig. 5.35 Resultado de simulación 35



f) Fig. 5.36 Resultado de simulación 36

Fig. 5.40 Ejemplos donde no existe sobrecalentamiento en el núcleo del estator y rotor para el motor 2.

Además de las observaciones relacionadas con el control de enfriamiento de motores eléctricos, es indispensable mencionar, que mediante la metodología propuesta en este trabajo de tesis, se puede determinar el desplazamiento en espacio, de la temperatura máxima generada en el estator y/o rotor.

En la figura 5.41 se muestran las temperaturas máximas admisibles de calentamiento y enfriamiento del núcleo del estator de la maquina 2 para los tiempos de 200, 400, 600, 800 y 1000 segundos. Los datos para ésta simulación fueron en base a la simulación 23 realizada de las sección 5.2.

En la tabla 5.4, se recopila la información de la matriz de temperaturas, del motor virtual, para la simulación 23 realizada de la sección 5.2. La figura 5.42, muestra la ubicación exacta de los nodos del dominio discreto  $\bar{\Omega}$  del estator la máquina eléctrica 2.

Tabla 5.4 información de la matriz de temperaturas, del motor virtual, para la simulación 23 realizada de la sección 5.2

No. de Nodo	Tiempo [seg.]	Temperatura máxima [°C]	Coordenada en el eje x [m]	coordenada en el eje y [m]
25	200	28.2293	0.388	0.0665
26	400	54.3358	0.402	0.0856
26	600	79.5197	0.402	0.0856
39	800	70.1105	0.413	-0.0198
39	1000	73.9783	0.413	-0.0198

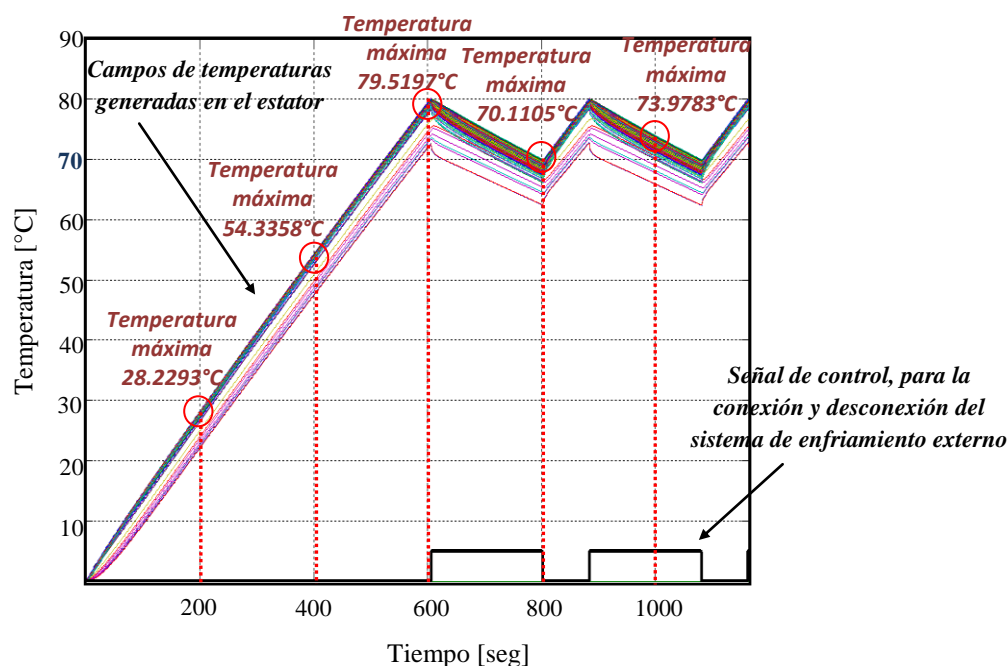


Fig. 5.41 Simulación que muestra las temperaturas máximas admisibles de calentamiento y enfriamiento en el núcleo del estator de la máquina 2

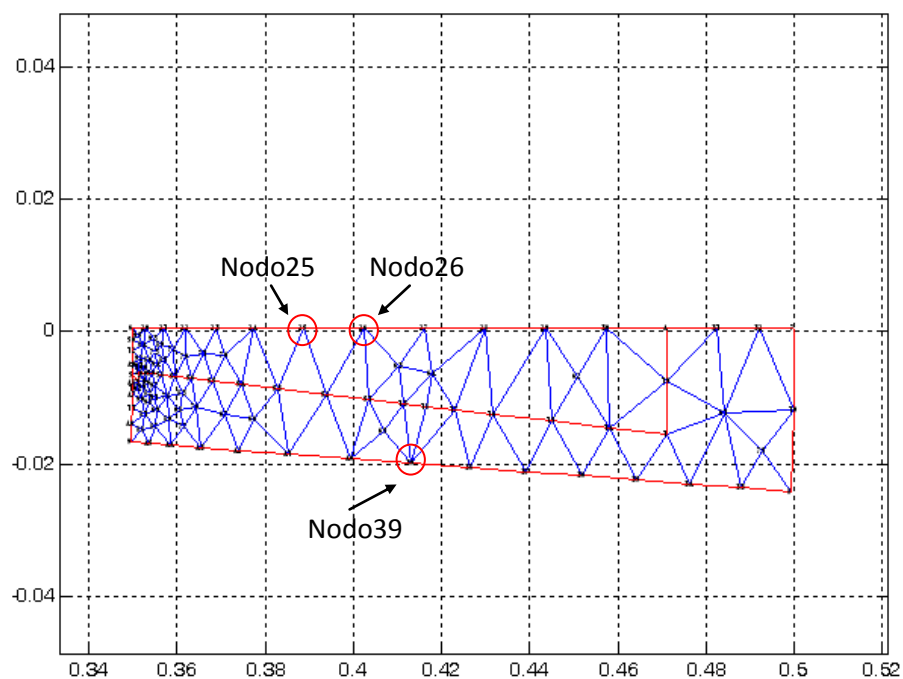


Fig. 5.42 Ubicación del nodo de temperaturas máximas en el estator para los tiempos: 200, 400, 600, 800 y 1000 seg.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

#### 6.1 Introducción

En este apartado de la tesis se exponen las conclusiones y las contribuciones de la metodología propuesta: “control óptimo del sistema de enfriamiento de motores inducción” y se aportan sugerencias para trabajos futuros.

#### 6.2 Conclusiones

- ❖ Para representar mejor los fenómenos térmicos en los motores eléctricos, es necesario emplear modelos con parámetros distribuidos, en lugar de modelos con parámetros concentrados.
- ❖ La solución del modelo 2D+1 de transferencia de calor mediante la herramienta “Toolbox PDEtool” del paquete computacional MATLAB® versión R2007a se hace en forma rápida y en un ambiente amigable.
- ❖ El tiempo de simulaciones de campos de temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en motores eléctricos aplicando el simulador computarizado propuesto es del orden 0.002 seg. de simulación/seg. del proceso real.
- ❖ De los resultados obtenidos, se puede concluir que el motor virtual desarrollado en este trabajo de tesis, da resultados convincentes, por lo que es apropiado para ser aplicados en el control propuesto.
- ❖ De los resultados de las simulaciones presentados en el capítulo 5, se puede observar que en los motores relativamente pequeños los gradientes de temperatura dentro del estator y rotor se pueden despreciar; en estos casos en el sistema de control propuesto no es necesario aplicar modelos con parámetros distribuidos y el método del elemento finito. Para motores más grandes es indispensable aplicar el modelo matemático y el método propuesto por que los gradientes de temperatura pueden alcanzar grandes valores.
- ❖ La metodología que se propone para el control del sistema de enfriamiento externo puede ser una herramienta útil para el diseño industrial de máquinas eléctricas y puede ser aplicada para la elección óptima de materiales usados en la construcción.

- ❖ Los resultados obtenidos en la investigación permiten confirmar que la metodología presentada en este trabajo puede ser adecuada para cualquier tipo de motor con enfriamiento externo, ya sea de pequeña o alta potencia sin importar su dimensión.
- ❖ El control de enfriamiento de máquinas eléctricas rotatorias propuesto se reduce a la determinación del tiempo óptimo de conexiones y desconexiones del sistema de enfriamiento externo para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase los valores admisibles.
- ❖ El valor mínimo de energía necesaria para el enfriamiento externo en motores eléctricos se reduce al problema de minimización de la suma de intervalos temporales cuando el sistema de enfriamiento está conectado.
- ❖ De los resultados de las simulaciones se puede observar que la cantidad de calor que puede conservar la máquina eléctrica y la velocidad con que la cede o absorbe del entorno, depende del calor específico de sus materiales y del coeficiente de conductividad térmica, lo que genera una inercia térmica; es decir existe una resistencia que ofrece el elemento a ser calentado y/o enfriado.
- ❖ De los resultados de las diversas simulaciones es posible validar cualitativamente el comportamiento térmico generado por pérdidas de energía en máquinas eléctricas rotatorias.
- ❖ De las simulaciones presentadas en el capítulo 5, se puede observar que en algunos casos prácticos, existen coeficientes transferencia de calor convectiva no adecuados para el enfriamiento de la máquina eléctrica, por existir comportamientos térmicos con una gran diferencia en los gradientes de temperatura dentro del estator y rotor (ver simulaciones 8, 11, 29 y 30).

### 6.3 Contribuciones

Las contribuciones principales de la tesis presentada son:

- ✓ Se utilizó el MEF con condiciones iniciales y frontera adecuadas al tipo de problema para la determinación del comportamiento térmico en máquinas eléctricas rotatorias.
- ✓ Se presentó un modelo con estructura variable en elemento finito para determinar las temperaturas generadas por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en los estatores y rotores de las máquinas eléctricas rotatorias.

- ✓ Se investigó el comportamiento del proceso de termotrasferencia a través de la simulación digital.
- ✓ Se desarrolló un control óptimo de temperaturas por medio de herramientas computacionales, proporcionando los datos necesarios para la identificación de las temperaturas máximas generadas dentro del estator y rotor para que no sobrepasen sus valores admisibles.
- ✓ Mediante el control óptimo propuesto se minimizaron los gastos de energía para el proceso de enfriamiento externo del motor.
- ✓ Se elaboraron algoritmos computacionales para evitar que la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase sus valores admisibles en el límite de tiempo preestablecido, minimizando los gastos de energía para el proceso de enfriamiento.

#### **6.4 Sugerencias para trabajos futuros**

- Se recomienda utilizar modelos en tres dimensiones, para el análisis de campos de temperatura generadas por pérdidas de energía en los motores eléctricos.
- Se debe hacer una investigación para realizar una implementación física del control óptimo diseñado en este trabajo, para verificar los resultados con valores de temperatura obtenidos mediante el monitoreo de sensores de temperatura montados en el interior de la máquina eléctrica rotatoria.
- Se recomienda verificar los resultados del tiempo de conexiones y desconexiones óptimos del sistema de enfriamiento externo, para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase los valores admisibles, aplicando algoritmos genéticos o redes neuronales.

## REFERENCIAS

- [1] Aquino Robles José Antonio  
“Identificación Paramétrica de Modelos Térmicos en Espacio de Estado de Motores de Inducción”  
Tesis de grado, SEPI/ESIME/IPN, 2002.
- [2] Yudiche Barbosa David de Jesús  
“Método termométrico para determinación de pérdidas electromagnéticas en motores de inducción”  
Tesis de grado, SEPI/ESIME/IPN, 2005.
- [3] Quispe O. Enrique C. , Mantilla P. Luis F.  
“Motores Eléctricos de Alta Eficiencia”  
Memorias del seminario internacional en calidad y uso eficiente de la energía eléctrica, CUAO, Junio 2002 Cali – Colombia.
- [4] Chapman Stephen J.  
“Máquinas eléctricas”  
Ed. Mc. Graw-Hill, Segunda edición, 1998.
- [5] Corrales Juan M.  
“Elementos de diseño de máquinas eléctricas”  
Ed. Marcombo, 1982.
- [6] Engelmann Richard H., Middendorf William H.  
“Handbook of electric motors”  
Ed. Dekker, 1995.
- [7] Cortés Cherta Manuel  
“Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas, Tomo I, La máquina eléctrica en general”  
Ed. Editores técnicos asociados, 1970.
- [8] Sawhney A. K.  
“A course in electrical machine design”  
Ed. Dhanpat Rai & Sons, 1984.
- [9] Hayt William Jr.  
“Teoría electromagnética”  
Mc. Graw-Hill, 1991.



- [10] Strages N., Dymond J. H.  
“How design influences the temperature rise of motors on inverter drives”  
Energy Conversion, IEEE Transaction, Sept. 1996, Vol. 113, IEEE, 2002, pp.500-507.
- [11] J. Mugglestone, S. J. Pickering and D. Lampard  
“Effect of geometric changes on the flow and heat transfer in the end region of TEFC induction motor”  
University of Nottingham, U.K., IEE, 1999.
- [12] Glen C. N.  
“Stray load losses in induction motors; a challenge to academia”  
U.K., 2000.
- [13] Engelmann Richard H., Middendorf William H.  
“Handbook of electric motors”  
Ed. Dekker, 1995.
- [14] Smith A. C., Edey K.,  
“Influence of manufacturing processes on iron losses”  
Electrical machines and Drives, 1995. Seventh International Conference, 1995, pp. 77-81.
- [15] Guyer Erick C.  
“Handbook of applied thermal design”  
Mc. Graw-Hill, 2000.
- [16] Chapra Steven C., Raymond P. Canale  
“Métodos numéricos para ingenieros”  
Ed. Mc Graw-Hill, Cuarta edición, 2003.
- [17] Programa Internacional para la Selección de Motores y el Análisis de Ahorros – IMSSA  
Presentación de PowerPoint  
[http://www.google.com.mx/search?sourceid=navclient&hl=es&ie=UTF-8&rlz=1T4GGLD\\_es\\_\\_MX257&q=Programa+Internacional+para+la+Selecci%3%b3n+de+Motores+y+el+An%3%a1lisis+de+Ahorros+%2d+IMSSA](http://www.google.com.mx/search?sourceid=navclient&hl=es&ie=UTF-8&rlz=1T4GGLD_es__MX257&q=Programa+Internacional+para+la+Selecci%3%b3n+de+Motores+y+el+An%3%a1lisis+de+Ahorros+%2d+IMSSA)
- [18] Sala González J. C..  
“Estudio de la relación entre las pérdidas en el hierro y el incremento de temperatura, en motores de inducción alimentados con convertidor de frecuencia para altas velocidades.”  
AEG Fabrica de Motores S.A.

- [19] Honsinger V.B.  
“Sizing equations for electrical machinery”  
IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. EC-2, No.1 MaRCH 1987
- [20] Chang-Chou Hwang, S.S. Wu, and Y.H. Jiang.  
“Novel approach to the solution of temperature distribution in the stator of an induction motor”  
Energy Conversion, IEEE Transaction, Dec. 2000., Vol. 154, pp.401-406.
- [21] Torres Sánchez Javier  
“Determinación de la distribución de temperatura en motores de inducción jaula de ardilla utilizando métodos experimentales y digitales”  
Tesis de grado , SEPI/ESIME/IPN, 2008.
- [22] Documentación técnica de motores de inducción  
IDEMSA “Ingeniería y Diseño Electromecánico, S.A. de C.V”.
- [23] Jerzy Kudla  
“Simulation investigations of induction motor start-up when using field-circuit model”  
Silesian University of Technology, Gliwice-Poland  
<http://www.ansoft.com/>
- [24] Tirupathi R. Chandrupatla, Ashok D. Belegundu,  
“Introducción al estudio del elemento finito, segunda edición”  
Ed. Prentice Hall, 1999.
- [25] Taylor R. L., Zienkiewicz O. C..  
“The finite element method”  
Ed. Butterworth Heinemann, Fifth edition, Vol. 1, 2, 3, 2000.
- [26] A.V. Ivanov-Smolenski  
Máquinas Eléctricas, Tomo 2  
Editorial Mir. Moscú, 1980
- [27] Shultz, George Patrick  
Transformers and Motors: a single-source reference for electricians  
Editorial SAMS, 1989
- [28] J. M. Smith, H. C. Van Ness,  
Introducción a la termodinámica en ingeniería química.  
Ed. McGraw-Hill, 1980

- [29] Ya Smorodinski  
"La temperatura"  
Editorial MIR-URSS,1983
- [30] Carnot Sadi  
"Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego"  
I.P.N., México, 1976
- [31] Satish P. Ketkar  
"Numerical thermal analysis"  
Ed. ASME, 1999.
- [32] Armor A.F. and Chad M. V. K.  
"Heat flow in the stator core of large turbine-generators by the method of three-dimensional finite elements: Part II:Temperature distribution in the stator iron"  
IEEE Transaction. Septiembre 1976, Pas-95, No.5, pp.1648-1668
- [33] Sarkar D., Mukherjee P.K., Sen S.K.  
"Use of 3-dimensional finite elements for computation of temperature distribution in the stator of an induction motor"  
IEEE Proceedings, Año 1991., Vol. 138, No. 2 pp.75-86.
- [34] Henneberger G., Ben Yahia K., Schmitz M.  
"Calculation and identification of a thermal equivalent circuit of water cooled induction motor for electric vehicle applications"  
Electrical Machines and Drives, Sept. 1995. Conference Publication. No. 412 pp.6-10.
- [35] Shenkman A., Chertkov M.  
"Methods of no-load thermal testing of induction motors"  
Mediterranean Electromechanical Conference, 1998, MELECON 98, 9th Published, Vol. 2, ,  
IEEE Transactions on Energy conversions, pp. 1165-1169.
- [36] Chauveeau E., Zaim E. H., Trichet D., Fouladgar J.  
"A statistical approach of temperature calculation in electrical machines"  
Magnetics, IEEE Transactions on Published: July 2000, Vol. 3641, pp.1826-1829.
- [37] Liao C. M., Chen C. L.  
"Thermal analysis for design of high performance motors"  
Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems, 1998. IOTHERM 98. The Sixth Intersociety Conference, pp. 424-433.

- [38] Chan C. C., Yan , P. Chen L., Wang Z., Chau K.T.  
“Analysis of electromagnetic and thermal fields for induction motors during starting”  
Energy Conversion, IEEE Transaction Published: March 1994, Vol. 91, pp.53-60.
- [39] Huai Y., Roderick V. N., Thogersen P.  
“Computational analysis of temperature rise phenomena in electric induction motors”  
Artículo Publicado por “Elsevier B.V” en. Applied Thermal Engineering, Volume 23, Issue 7,  
May 2003, Pages 779-795
- [40] Staton. D. A., Boglietti A., Cavagnino A..  
“Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis”.  
IEEE – IEMDC. Conference Proc. 1-4. Wisconsin U. S. A. June 2003.
- [41] Niewierowicz T., Oprzedkiewicz K.  
“Descripción de campos de temperaturas en máquinas eléctricas rotatorias en espacio de estado”  
IEEE Sección México, Capitulo de Potencia, Acapulco Gro. Julio 1999.
- [42] Alfredo Reyes. R, Tadeusz Niewierowicz S.  
“Cálculo de elevación de temperatura del rotor de un motor de inducción en dos dimensiones por diferencias finitas”  
IEEE sec. México, RVP, 1998.
- [43] Juárez B. E. Alfredo, Niewierowicz S. Tadeusz, Kawecki Leszek.  
“Motor virtual para simular campos de temperaturas generadas en máquinas eléctricas rotatorias”  
5 congreso de ingeniería electromecánica y de sistemas (5CIIES). , ESIME-IPN, 2008.
- [44] Niewierowicz S. Tadeusz, Kawecki Leszek, Napieralska Ewa  
“Controlador óptimo de enfriamiento de motores con aplicación del modelo en redes neuronales”  
IEEE sec. México, RVP, 2003.
- [45] Niewierowicz S. Tadeusz, Kawecki Leszek, Napieralska Ewa  
“Control óptimo de temperaturas generadas en motores eléctricos ”  
IEEE sec. México, RVP, 2003.
- [46] Niewierowicz S. Tadeusz, Kawecki Leszek, Napieralska Ewa  
“Control con estructura variable de enfriamiento de motores eléctricos aplicando el algoritmo de minimización de las pérdidas de energía eléctrica ”  
IEEE sec. México, RVP, 2007.

- [47] Reddy J. N.  
"An introduction to the finite element method"  
Ed. McGraw-Hill, second edition, 1993.
- [48] Singiresus S. Rao  
"The finite element method in engineering"  
Ed. Butterworth Heinemann, third edition, 1999.
- [49] Segerling Larry J.  
"Applied Finite Element Analysis"  
Ed. John Wiley & Sons. Inc, 1976
- [50] Lloyd Tom C.  
"Electric Motor and their applications"  
Ed. John Wiley & Sons.  
New York : Wiley-Interscience [1969]
- [51] Poloujadoff, Michel  
"Conversiones Electromecanicas: máquinas de c.c. y de c.a."  
Ed. Marcombo : España, 1974
- [52] Luca M., Carlos.  
"Maquinaria eléctrica"  
Ed. México : Alfaomega, c1996.
- [53] Wayne Beaty, H., Kirtley, James L.  
"Manual del motor eléctrico"  
Ed. México : McGraw-Hill, 2000
- [54] Fink, Donald G., Carroll, John M.  
"Standard handbook for electrical engineers"  
McGraw-Hill, 1968
- [55] Kosow I.L.  
"Máquinas Eléctricas y transformadores"  
Editorial: Reverte, S.A. 1982

[56] SIMENS

“Simulación y aplicación de motores eléctricos”

Alfaomega 2000

[57] “Electric Motor Handbook”

Edited by B.J. Chalmers with specialist construbutors

Bettewths 1990

[58] Welty James R., E Charles. Wilson Wicks & Robert E.

“Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa”

Ed. Limusa.2000

[59] A.V. Ivanov- Smolenk

“Máquinas Eléctricas”

Editorial Mir. Moscú 1982

[60] Juárez B. E. Alfredo, Niewierowicz S. Tadeusz , Kawecki Leszek.

“Simulador con estructura variable en elemento finito para el control de enfriamiento externo de motores eléctricos”

IEEE sec. México, ROC&C, 2008.

[61] Glad, Torkel.

“Control theory : multivariable and nonlinear methods”

London ; New York : Taylor & Francis, 2000.

[62] Virgil W. Eveleigh

“Adaptive control and optimization techniques”

McGraw Hill, 2000.

[63] Chari M.V.K. y Silvester,P.P

“Finite Elements for Electrical and Magnetic Field Problems”

Chichester John Wiley Edition 1981

[64] Silvester P.P. ,Ferrari R.L..

“Finite Elements for Electrical Engineers”

Second Edition. Cambridge University Press.1990.

[65] Jiaming Jin  
The Finite Element Method in Electromagnetics”  
Secon Edition 2002.  
Jhon Wiley & Sons Inc.

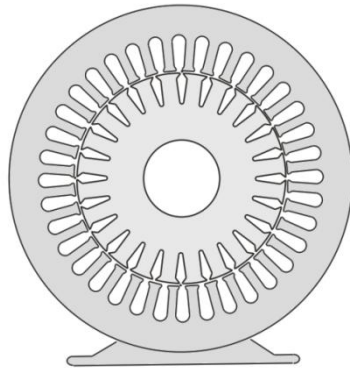
[66] Jhon R Reitz & Frederick J Milford.  
“Foundations of Electromagnetic Theory”  
Third Edition 1964. Addison Wesley Publishing Company, Inc

[67] Ortega Herrera José A. , Hernández Gómez Luis H .  
“Análisis del método del Elemento Finito y sus Aplicaciones a la Ingeniería”  
Vol. 6. Serie en Ciencias e Ingeniería.  
Editorial. Biblioteca SEPI ESIME Zac. IPN.  
Novena Impresión. Biblioteca.

[68] Ortega Herrera José A., Gutiérrez Villegas Marco A.  
Introducción a los Métodos del Elemento Finito y del Elemento Frontera.  
Vol. 16. Serie en Ciencias e Ingeniería.  
Editorial SEPI ESIME Zac. 2008. IPN.

# APÉNDICE A-1

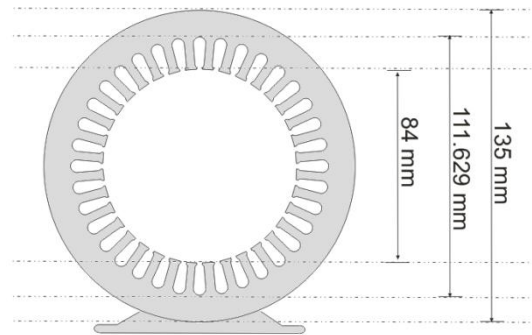
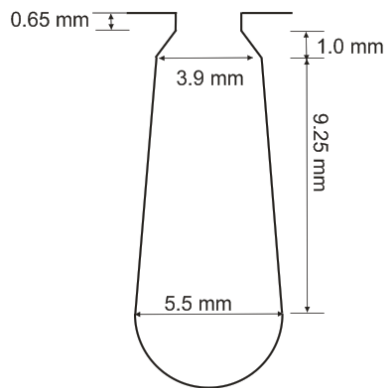
## Datos de Diseño del Núcleo del Estator y Rotor



Potencia de salida [kW]: 1.5  
 Voltaje recomendado [V]: 400  
 Frecuencia [Hz]: 50  
 Velocidad recomendada [rpm]: 140

Estator:

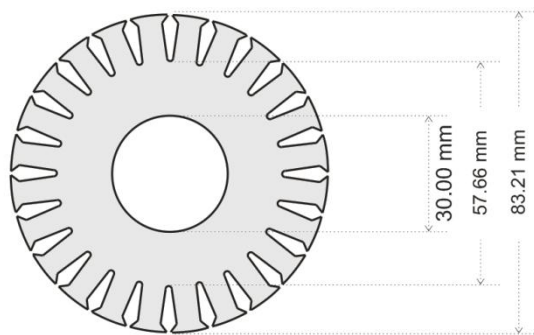
Ranura del Estator del Motor



Núcleo del Estator

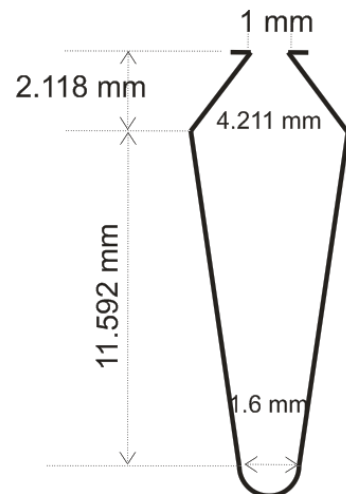
Diámetro Interior : 84 mm  
 Diámetro Exterior: 135 mm  
 Ranuras : 36

Rotor



Núcleo del Rotor

Diámetro Interior : 30 mm  
 Diámetro Exterior: 83.21 mm  
 Ranuras : 24

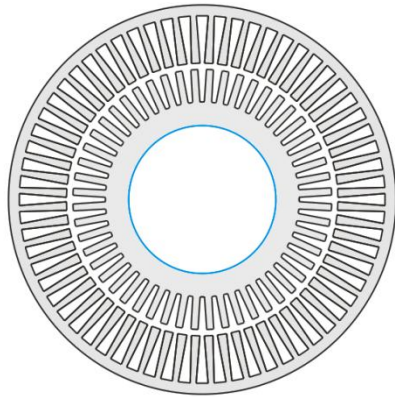


Ranura del Rotor del Motor



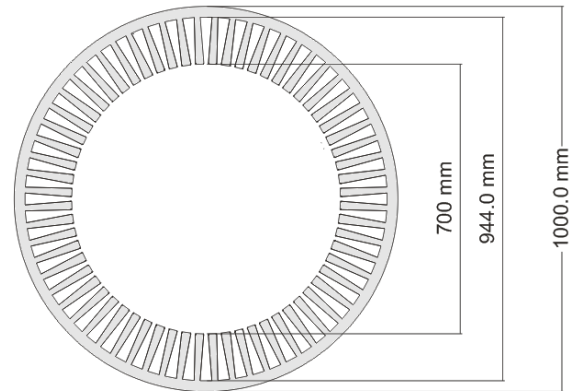
## APÉNDICE A-2

### Datos de Diseño del Núcleo del Estator y Rotor

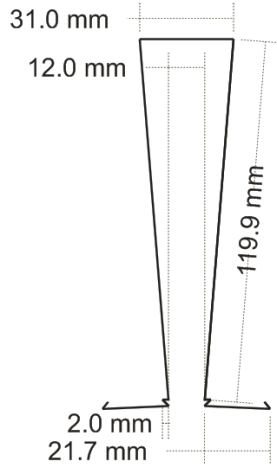


Potencia de salida [kW]: 2411  $\Rightarrow$  3500 Hp  
 Voltaje recomendado [V]: 3800  
 Frecuencia [Hz]: 60  
 Velocidad recomendada [rpm]: 3600

Estator



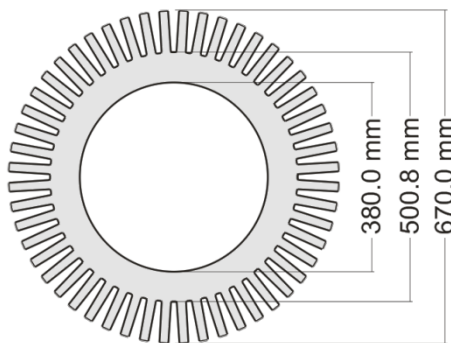
Ranura del Estator del Motor



Núcleo del Estator

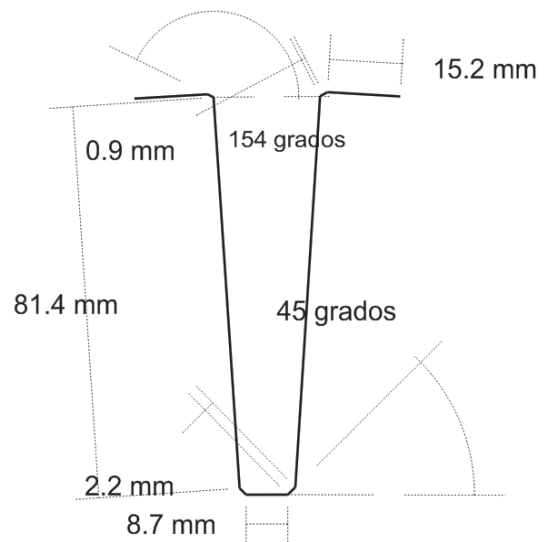
Diámetro Interior : 700 mm  
 Diámetro Exterior: 1000 mm  
 Ranuras : 64

Rotor



Núcleo del Rotor

Diámetro Interior : 380 mm  
 Diámetro Exterior: 670 mm  
 Ranuras : 52



Ranura del Rotor del Motor

## APÉNDICE B

# ANÁLISIS POR MEF PARA EL NÚCLEO DEL ESTATOR Y ROTOR DE LA MÁQUINA ELÉCTRICA ROTATORIA

Para iniciar el análisis por elemento finito (MEF) para el núcleo del estator y rotor de la máquina eléctrica rotatoria, primeramente es necesario realizar la discretización del el dominio en cuestión  $\Omega$  para formar  $\bar{\Omega}$  con un conjunto de elementos<sup>12</sup> triangulares cuya área varia de acuerdo a la frontera en la cual se encuentre y también al grado de refinamiento (precisión deseada) de la malla en general (ver fig. B-1). A la colección de tales elementos se les conoce como malla de elementos finitos  $\bar{\Omega}$ .

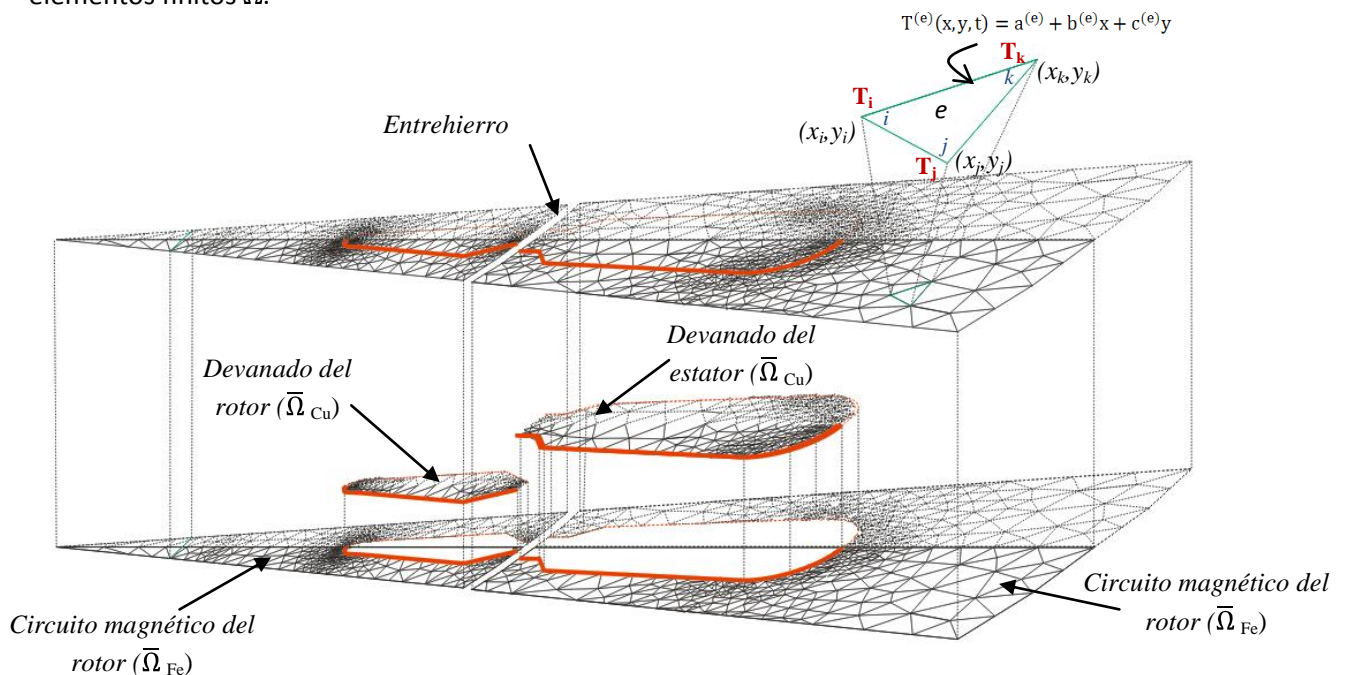


Fig. B-1 Mallado de elementos triangulares sobre un segmento del dominio  $\Omega$

Para encontrar las funciones de interpolación del elemento que en nuestro caso es triangular (fig. B-1) se sigue el siguiente análisis:

Sean colocado los nodos  $i, j$  y  $k$  en los vértices del elemento ( $e$ ) opuestos en sentido contrario al de las manecillas del reloj como se muestra en la figura B-1, a partir del nodo  $i$  especificado en forma arbitraria. Sean las coordenadas globales en los nodos  $i, j$  y  $k$  dadas por  $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$  y los valores nodales de la temperatura  $T(x,y)$  en  $T_i, T_j$  y  $T_k$ . La variación de temperatura  $T$  dentro del elemento se considera lineal como:

<sup>12</sup> Existen diversos tipos de elementos finitos dependiendo del número de dimensiones, para el caso de dos dimensiones se tiene los elementos triangulares y rectangulares.

$$T^{(e)}(x, y, t) = a^{(e)} + b^{(e)}x + c^{(e)}y \quad (\text{Ec-B1})$$

Si los valores  $T^{(e)}$  en los nodos  $i, j, k$  son conocidos, entonces los coeficientes de interpolación  $a^{(e)}$ ,  $b^{(e)}$ ,  $c^{(e)}$  podrán ser determinados como sigue:

$$\begin{aligned} T_i^{(e)}(x, y, t) &= a^{(e)} + b^{(e)}x_i + c^{(e)}y_i \\ T_j^{(e)}(x, y, t) &= a^{(e)} + b^{(e)}x_j + c^{(e)}y_j \\ T_k^{(e)}(x, y, t) &= a^{(e)} + b^{(e)}x_k + c^{(e)}y_k \end{aligned} \quad (\text{Ec-B2})$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (Ec-B2) se llega a:

$$\begin{aligned} a^{(e)} &= \frac{1}{2A^{(e)}} \left[ (x_j y_k - x_k y_j) T_i^{(e)} + (x_k y_i - x_i y_k) T_j^{(e)} + (x_i y_j - x_j y_i) T_k^{(e)} \right] \\ b^{(e)} &= \frac{1}{2A^{(e)}} \left[ (y_j - y_k) T_i^{(e)} + (y_k - y_i) T_j^{(e)} + (y_i - y_j) T_k^{(e)} \right] \\ c^{(e)} &= \frac{1}{2A^{(e)}} \left[ (x_k - x_j) T_i^{(e)} + (x_i - x_k) T_j^{(e)} + (x_j - x_i) T_k^{(e)} \right] \end{aligned} \quad (\text{Ec-B3})$$

Donde el área ( $A^{(e)}$ ) de cada elemento triangular es:

$$A^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (\text{Ec-B4})$$

Sustituyendo Ec-B3 en Ec-B1

$$T^{(e)}(x, y, t) = N_i^{(e)} T_i + N_j^{(e)} T_j + N_k^{(e)} T_k = [N(x, y)] \vec{T}^{(e)} \quad (\text{Ec-B5})$$

Donde

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{2A} [\beta_i + \zeta_i x + \mu_i y] \quad \text{para} \quad \begin{cases} \beta_i = x_j y_k - x_k y_j \\ \zeta_i = y_j - y_k \\ \mu_i = x_k - x_j \end{cases}$$

$$N_j^{(e)} = \frac{1}{2A} [\beta_j + \zeta_j x + \mu_j y] \quad \text{para} \quad \begin{cases} \beta_j = x_k y_i - y_k y_i \\ \zeta_j = y_k - y_i \\ \mu_j = x_i - x_k \end{cases}$$

$$N_k^{(e)} = \frac{1}{2A} [\beta_i + \zeta_i x + \mu_i y] \quad \text{para} \quad \begin{cases} \beta_i = x_j y_i - x_i y_j \\ \zeta_i = y_i - y_j \\ \mu_i = x_j - x_i \end{cases}$$

Y

$$[N(x, y)] = [N_i(x, y) \quad N_j(x, y) \quad N_k(x, y)]$$

$$\vec{T}^{(e)} = \begin{bmatrix} T_i(t) \\ T_j(t) \\ T_k(t) \end{bmatrix}^{(e)} \quad \text{es el vector de temperaturas nodales en el elemento } (e)$$

$T_i, T_j$  y  $T_k$ . es la temperatura de los nodos  $i, j, k$  y  $N_i, N_j, N_k$  son las funciones de interpolación correspondiente a los nodos  $i, j, k$ ; sin embargo el dominio  $\bar{\Omega}$  esta formado de  $E$  elementos y  $NN$  numero de nodos en donde la variación de la temperatura  $T$  en cada elemento finito está expresado por la ecuación Ec-B5.

Substituyendo la ecuación Ec-B5 en la expresión de la energía del sistema (ecuación 2) y utilizando el método de Petrov-Galerkin [12, 13], método de la cual es derivada e igualándola a cero se llega a un sistema lineal de ecuaciones en los valores de la solución propuesta que figuran como incógnitas (en este caso es la temperatura).

(Ec-B6)

$$\iint_{A^{(e)}} N_i \left\{ k \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} \right) \right] \right\} dA + \iint_{A^{(e)}} N_i Q dA - \rho C \iint_{A^{(e)}} N_i \frac{\partial T^{(e)}}{\partial t} dA = 0$$

$i=1,2,\dots,NN$

La integración por parte del teorema de Green llevada a notación matricial, nos conduce a resolver un sistema lineal de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Utilizando el teorema de Green en Ec-B6 se tiene:

(Ec-B7)

$$- \iint_{A^{(e)}} k \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} + k \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} \right] dA + \int_{F^{(e)}} N_i \left[ k \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} n_y \right] dF + \iint_{A^{(e)}} N_i \left( Q - \rho C \frac{\partial T^{(e)}}{\partial t} \right) dA = 0$$

Donde

$A^{(e)}$  representa el área del elemento.  
 $n_x$  y  $n_y$  son los cosenos direccionales en la dirección  $x, y$   
 $F^{(e)}$  denota la frontera del elemento.

Evaluando las condiciones de frontera en Ec-B7 y después usando Ec-B5, Ec-B7 evaluada en Ec-B6 nos lleva a la siguiente representación matricial:

$$[k_1^{(e)}]\vec{T}^{(e)} + [k_2^{(e)}]\vec{T}^{(e)} + [k_3^{(e)}]\vec{T}^{(e)} - \vec{P}^{(e)} = \vec{0} \quad (\text{Ec-B8})$$

Donde los elementos de las matrices  $[k_1^{(e)}], [k_2^{(e)}], [k_3^{(e)}]$  y  $\vec{P}^{(e)}$  son:

$$[k_1^{(e)}] = \iint_{A^{(e)}} [B]^T [D][B] dA \quad (\text{Ec-B9})$$

$$[k_2^{(e)}] = \int_{F_3} q [N]^T [N] dF_3 \quad (\text{Ec-B10})$$

$$[k_3^{(e)}] = \iint_{A^{(e)}} \rho C [N]^T [N] dA \quad (\text{Ec-B11})$$

$$\vec{P}^{(e)} = \vec{P}_1^{(e)} - 2\vec{P}_2^{(e)} \quad (\text{Ec-B12})$$

$$\vec{P}_1^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \dot{q} [N]^T dA \quad (\text{Ec-B13})$$

$$\vec{P}_2^{(e)} = \int_{F_2} q [N]^T dF_2 \quad (\text{Ec-B14})$$

$$[D] = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad (\text{Ec-B15})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec-B16})$$

Resolviendo el sistema matricial local de Ec-B8 con valores iniciales de 4, nos lleva a la solución de la EDP en cada nodo  $(x_i, y_i)$  en el tiempo  $t$ , donde el vector  $\vec{T}^{(e)}$  contiene los valores de la solución aproximada en los puntos de la malla y la matriz  $k$  esta formada por los coeficientes de la EDP.

## APÉNDICE C

### LISTADO DE PROGRAMAS

“Programa en lenguaje MATLAB® versión R2007a que determina para diferentes agentes enfriadores (aire, agua y aceite) el régimen térmico correcto de las máquinas eléctricas rotatorias para los cuales la temperatura máxima generada dentro del motor no sobrepase su valor admisible, minimizando el gasto de energía para el proceso de enfriamiento”.

```

clear all
clc
disp('CONTROL ÓPTIMO, APLICANDO UN MODELO CON ESTRUCTURA VARIABLE EN ELEMENTO
FINITO DEL ENFRIAMIENTO DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS')
disp('_____')
Tmax1 = input('Teclee la Temperatura Máxima ..... : ');
VT = input('Teclee un Margen de Temperaturas ..... : ');
cme_off=input('Coeficiente de Trasterencia de Calor "cme_off" es ..... : ');
de_off=input('Coeficiente de Trasterencia de Calor "de_off" es ..... : ');
cme_on=input('Coeficiente de Trasterencia de Calor "cme_on" es ..... : ');
de_on=input('Coeficiente de Trasterencia de Calor "de_on" es ..... : ');
tf=input('Teclee el Tiempo Final ..... : ');
tf_2=tf;
to=0;
tT=tf;
Tmin=Tmax1-VT;
i=0;
load mpE
load meE
load mtE
load mcE
load maE
load mfE
load mdE
umax=Tmax1-I;
uc(1:102,1:tf)=0;
b_off=vectorb2E(cme_off,de_off);
b_on=vectorb2E(cme_on,de_on);
Tiempo=[0:tT];
u=parabolic(0,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
n=1;
T1=n;
umax=max(u(:,n));
for i=T1:tT
if umax<=Tmax1
umax=max(u(:,n));
n=n+1;
end
end

```

---

```

u=u(:,1:n);
[m,n] = size(u);
Tl=n;
TmaxE=max(u(:,n));
TE=n;
to=0;
tT=tf;
Tmin=Tmaxl-VT;
i=0;
load mp
load me
load mt
load mc
load ma
load mf
load md
umax=Tmaxl-1;
uc(1:479,1:tf)=0;
b_off=vectorb2(cme_off,de_off);
b_on=vectorb2(cme_on,de_on);
Tiempo=[0:tT];
u=parabolic(0,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
n=1;
Tl=n;
umax=max(u(:,n));
for i=Tl:tT
if umax<=Tmaxl
umax=max(u(:,n));
n=n+1;
end
end
u=u(:,1:n);
[m,n] = size(u);
Tl=n;
TmaxR=max(u(:,n));
TR=n;
if TR<=TE
tT=TR;
load mpE
load meE
load mtE
load mcE
load maE
load mfE
load mdE
b_off=vectorb2E(cme_off,de_off);
b_on=vectorb2E(cme_on,de_on);
Tiempo=[0:tT];
u=parabolic(0,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
u=u(:,1:n);
[m,n] = size(u);
Tl=n;
TmaxE=max(u(:,n));
TmaxR=TmaxR;

```

---

```

Tmax=Tmax1;
tf=tf_2;
to=0;
tT=tf;
Tmin=Tmax-VT;
i=0;
load mp
load me
load mt
load mc
load ma
load mf
load md
umax=Tmax-1;
uc(1:457,1:tf)=0;
b_off=vectorb2(cme_off,de_off);
b_on=vectorb2(cme_on,de_on);
Tiempo=[0:tT];
u=parabolic(0,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
n=1;
T1=n;
umax=max(u(:,n));
for i=T1:tT
if umax<=Tmax
umax=max(u(:,n));
n=n+1;
end
end
u=u(:,1:n);
uc(1:457,1:n)=u;
[m,n] = size(u);
T1=n;
control(1,1:T1)=0;
if T1<=tT
u4=(u(1:m,n));
Tiempo=[T1:tT];
u=parabolic(u4,Tiempo,b_on,p,e,t,c,a,0,d);
[m,n] = size(u);
X1=max(u(:,n));
if X1<=Tmax
n=1;
umax=max(u(:,n));
for i=T1:tT
if umax>=Tmin
umax=max(u(:,n));
n=n+1;
end
end
u=u(:,1:n-1);
uc(1:457,(T1+1):(T1+n-1))=u;
M1=u;
control(1,T1+1:(T1-2)+n)=5;
T1=(T1-2)+n;
else

```



```

n=1;
    umax=max(u(:,n));
    for i=T1:tT
        if umax<=Tmax+VT
            umax=max(u(:,n));
            n=n+1;
        end
    end
    u=u(:,1:n-1);
[m1,n1] = size(u);
for j=1:m1
    for i=2:n1
        if u(j,i)>=Tmax
            u(j,i)=u(j,i-1);
        end
    end
end
uc(1:457,(T1+1):(T1+n-1))=u;
M1=u;
control(1,T1+1:(T1-2)+n)=5;
T1=(T1-2)+n;
end
S=T1;
Tiempo=[T1:tT];
[m,n] = size(u);
Tiempo1=n;
u4=(u(1:m,n));
u=parabolic(u4,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
n=1;
umax=max(u(:,n));
for i=T1:tT
    if umax<=Tmax
        umax=max(u(:,n));
        n=n+1;
    end
end
u=u(:,1:n-1);
uc(1:457,(T1+1):(T1+n-1))=u;
[m,n] = size(u);
M2=u;
Tiempo2=n;
control(1,T1+1:T1+n)=0;
T1=T1+n;
S2=T1;
uc(1:457,(T1+1):(T1+Tiempo1))=M1;
control(1,T1+1:T1+Tiempo1)=5;
T1=T1+Tiempo1;
S3=T1;
while T1<=tT
    uc(1:457,(T1+1):(T1+Tiempo2))=M2;
    control(1,T1+1:T1+Tiempo2)=0;
    T1=T1+Tiempo2;
    uc(1:457,(T1+1):(T1+Tiempo1))=M1;
    control(1,T1+1:T1+Tiempo1)=5;
end

```

```

T1=T1+Tiempo1;
end
end
GROTOR=uc;
plot(uc(1:457,1:tT)');
xlabel('Tiempo [seg]')
ylabel('Temperaturas [°C]')
axis([0, tT, 0, (Tmax+10)])
grid
hold on
plot(control, 'k', 'LineWidth', 3)
hold off
hold on
Tmax =TmaxE;
to=0;
tT=tf_2;
Tmin=Tmax-VT;
i=0;
load mpE
load meE
load mtE
load mcE
load maE
load mfE
load mdE
umax=Tmax-1;
uc(1:706,1:tf)=0;
b_off=vectorb2E(cme_off,de_off);
b_on=vectorb2E(cme_on,de_on);
Tiempo=[0:tT];
u=parabolic(0,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
n=1;
T1=n;
umax=max(u(:,n));
for i=T1:tT
if umax<=Tmax
umax=max(u(:,n));
n=n+1;
end
end
u=u(:,1:n);
uc(1:706,1:n)=u;
[m,n] = size(u);
T1=n;
control(1,1:T1)=0;
if T1<=tT
u4=(u(1:m,n));
Tiempo=[T1:S];
u=parabolic(u4,Tiempo,b_on,p,e,t,c,a,0,d);
uc(1:706,T1:(S))=u;
M1=u;
control(1,T1:S)=5;
T1=S;
end

```

```

if T1<=tT
Tiempo=[T1:S2];
[m,n] = size(u);
Tiempo1=n;
u4=(u(1:m,n));
u=parabolic(u4,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
uc(1:706,(T1):(S2))=u;
[m,n] = size(u);
M2=u;
Tiempo2=n;
control(1,T1:T1+n)=0;
T1=T1+n;
end
if T1<=tT
u4=(u(1:m,n));
Tiempo=[T1:S3];
u=parabolic(u4,Tiempo,b_on,p,e,t,c,a,0,d);
uc(1:706,T1:(S3))=u;
M1=u;
control(1,T1:S3)=5;
T1=S3;
end
while T1<=tT
Tiempo=[T1:T1+(S2-S)];
[m,n] = size(u);
Tiempo1=n;
u4=(u(1:m,n));
u=parabolic(u4,Tiempo,b_off,p,e,t,c,a,f,d);
uc(1:706,(T1):(T1+(S2-S)))=u;
[m,n] = size(u);
M2=u;
Tiempo2=n;
control(1,T1:T1+(S2-S))=0;
T1=T1+(S2-S);
u4=(u(1:m,n));
Tiempo=[T1:T1+(S3-S2)];
u=parabolic(u4,Tiempo,b_on,p,e,t,c,a,0,d);
uc(1:706,T1:T1+(S3-S2))=u;
M1=u;
control(1,T1:T1+(S3-S2))=5;
T1=T1+(S3-S2);
end
GESTATOR=uc;
plot(uc(1:457,1:tT));
xlabel('Tiempo [seg]')
ylabel('Temperaturas [°C]')
axis([0, tT, 0, (Tmax1+10)])
hold off
figure(2)
plot(GESTATOR(1:457,1:tT));
xlabel('Tiempo [seg]')
ylabel('Temperaturas [°C]')
axis([0, tT, 0, (Tmax1+10)])
grid

```

```
figure(3)
plot(GROTOR(1:457,1:tT)');
xlabel('Tiempo [seg]')
ylabel('Temperaturas [°C]')
axis([0, tT, 0, (Tmax1+10)])
grid
Tmin=Tmax1-VT;
clc
disp('CONTROL ÓPTIMO, APLICANDO UN MODELO CON ESTRUCTURA VARIABLE EN ELEMENTO
FINITO DEL ENFRIAMIENTO DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS')
disp('_____')
disp(' ')
fprintf('Temperatura Máxima           :%d', Tmax1);
disp(' ')
fprintf('Temperatura Mínima           :%d',Tmin);
disp(' ')
fprintf('Coeficiente de Tráferencia de Calor "cme_off" es  :%d',cme_off);
disp(' ')
fprintf('Coeficiente de Tráferencia de Calor "de_off" es  :%d',de_off);
disp(' ')
fprintf('Coeficiente de Tráferencia de Calor "cme_on" es  :%d',cme_on);
disp(' ')
fprintf('Coeficiente de Tráferencia de Calor "de_on" es  :%d',de_on);
disp(' ')
fprintf('Tiempo Final                       :%d',tT);
disp(' ')
disp('_____')
disp(' ')
else
end
```

## APÉNDICE C-2

“Subrutina que determina las matrices de coeficientes de transferencia de calor convectiva del sistema de enfriamiento externo”

```
function[b]=vectorb2(alfacme,alfade)
walfa=double(num2str(alfacme));
walfa1=double(num2str(alfade));
lwfa=length(walfa);
lwfa1=length(walfa1);
load mb
b26=b(:,26);
b26(3)=lwfa1;
b27=b(:,27);
b27(3)=lwfa1;
b28=b(:,28);
b28(3)=lwfa1;
b29=b(:,29);
b29(3)=lwfa1;
b30=b(:,30);
b30(3)=lwfa;
if alfacme<1000
    b30(9)=49;
else
    b30(9)=48;
end
if alfade<1000;
    b26(9)=49;
    b27(9)=49;
    b28(9)=49;
    b29(9)=49;
else
    b26(9)=48;
    b27(9)=48;
    b28(9)=48;
    b29(9)=48;
end
for i=5:(4+lwfa)
    b30(i)=walfa(i-4);
end
for i=5:(4+lwfa1)
    b26(i)=walfa1(i-4);
    b27(i)=walfa1(i-4);
    b28(i)=walfa1(i-4);
    b29(i)=walfa1(i-4);
end
b(:,26)=b26;
b(:,27)=b27;
b(:,28)=b28;
b(:,29)=b29;
b(:,30)=b30;
```

## APÉNDICE C-3

“Programas que determina la distribución de la temperatura generada por pérdidas eléctricas y/o magnéticas en el núcleo del estator y rotor del motor eléctrico”

```
function pdemodel
[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 0.48189932424222665 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[3.1126833438887025 2.0751222292591347 11.37080908525642]);
set(ax,'XLim',[-0.030473585457419801 0.51701310973732395]);
set(ax,'YLim',[-0.0909634479946171 0.084925530969354193]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');
% Geometry description:
pdepoly([ 0.47122623963608024,...
0.47122623963608024,...
0.35130407934750468,...
0.35130407934750468,...
0.34968663209891121,...
0.34945556820625501,...
0.35107301545484848,...
0.35107301545484848,...
],...
[ 0.015484687201244698,...
-0.015561788869429681,...
-0.0060875121342473665,...
-0.0076908512740474499,...
-0.0062332702378655597,...
0.0057188942588259836,...
0.0081967820203352054,...
0.0058646523624441768,...
],...
'P1');
pdepoly([-0.000293609352223001,...
0.53092791943786444,...
0.53092791943786444,...
],...
[ 0.00066511402561900135,...
0.00066511402561900135,...
-0.025629202118164635,...
],...
'P2');
pdepoly([ 0.24727215542101921,...
0.33530888633725331,...
0.33530888633725331,...
0.24727215542101921,...
],...
[ -0.0050080128205128721,...
-0.014483231479404998,...
0.00073178309785447426,...
0.00073178309785447426,...
],...
]
```

```

'P3');
pdecirc(0,0,0.5,'C1');
pdecirc(0,0,0.19,'C2');
pdecirc(0,0,0.34999999999999998,'C3');
pdecirc(0,0,0.33500000000000002,'C4');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','((((C4-P3))*P2)-P3)+(P3)*P2)+(((C1-
C3)*P2)-P1)+(P1-C3)*P2)')
% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(22,...
'neu',...
1,...
'500',...
'0')
pdesetbd(21,...
'neu',...
1,...
'500',...
'0')
pdesetbd(20,...
'neu',...
1,...
'500',...
'0')
pdesetbd(18,...
'neu',...
1,...
'50',...
'0')
pdesetbd(16,...
'neu',...
1,...
'500',...
'0')
pdesetbd(15,...
'neu',...
1,...
'500',...
'0')
pdesetbd(13,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(12,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

```

```

pdesetbd(10,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(9,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(8,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('inimesh')
% PDE coefficients:
pdeseteq(2,...
'386!45!45!386!45!45',...
'0!0!0!0!0!0',...
'(100000)+(0).*(0.0)!(0)+(0).*(0.0)!(100000)+(0).*(0.0)!(100000)+(0).*(0.0)!(100000)+(0).*(0.0)!(100000)+(0).*(0.0)',...
'(8890).*(385.4)!(7880).*(480)!(7880).*(480)!(8890).*(385.4)!(7880).*(480)!(7880).*(480)',...
'0:1800',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
[ '8890!7880!7880!8890!7880!7880' ;...
'385.4!480!480!385.4!480!480' ;...
'386!45!45!386!45!45' ;...
'100000!0!100000!100000!100000!100000';...
'0!0!0!0!0' ;...
'0.0!0.0!0.0!0.0!0.0' ])

```



```
% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','1000','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','fixed','Inf'))
% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 7 1 0 1 0 1801 1 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');
% Solve PDE:
pdetool('solve')
```

## APÉNDICE D

# VARIANTES CONSTRUCTIVAS SEGÚN EL MÉTODO DE ENFRIAMIENTO

Según el método de enfriamiento las máquinas eléctricas pueden ser clasificadas por varios índices:

### ***I. En dependencia de la presencia o ausencia de ventilador se distinguen:***

1) Máquinas con enfriamiento natural, sin ventiladores especiales (la circulación del aire de enfriamiento se realiza a cuenta del efecto de ventilación de las piezas en rotación de la máquina y los fenómenos de convección). Este tipo de enfriamiento se aplica ordinariamente en las máquinas abiertas;

2) Máquinas con enfriamiento artificial a cuenta de la ventilación aductora (fig. D-1, f) o impelente (fig. D-1, a, b, d, e), en las cuales el movimiento del agente enfriador se asegura con un ventilador especial. Las máquinas con enfriamiento artificial pueden ser divididas en los grupos siguientes:

- a. Máquinas con autoventilación, que tienen un ventilador en el árbol (protegidas o abiertas, fig. D-1, a, d, g);
- b. Máquinas con ventilación independiente, el ventilador de las cuales se pone en rotación por un motor ajeno (ordinariamente cerradas, fig. D-1, e, f).

### ***II. En dependencia de cuales piezas de las máquinas con enfriamiento artificial son sopladas con un agente enfriador, se distinguen:***

1) Máquinas sopladas (fig. D-1, a), máquinas cerradas, en las cuales se realiza el enfriamiento forzado de solo la superficie exterior de la máquina, la cual a veces esta desarrollada especialmente con ayuda de nervios salientes;

2) Máquinas barridas (fig. D-1, b, d, g), protegidas o cerradas, en las cuales el agente enfriador llega de afuera, baña las superficies calientes de las piezas activas (devanados y circuitos magnéticos) y luego se expulsa al exterior.

En las máquinas sopladas cerradas, generalmente con ayuda de ventiladores incorporados se aumenta la circulación del agente enfriador dentro de la máquina para intensificar la transmisión del calor de las piezas activas, en las cuales se desprenden las pérdidas, a las piezas, cuya superficie exterior se enfría por soplado exterior (máquinas cerradas de potencia media para el funcionamiento en locales polvorientos fig. D-1, c).

**III. En dependencia de la dirección de movimiento del medio de enfriamiento con respecto a las piezas activas en las máquinas con ventilación interna se distinguen:**

- 1) Máquinas con ventilación axial ( ventilación interna, fig. D-1,c);
- 2) Máquinas con ventilación axial-radial (fig. D-1, d);
- 3) Máquinas con ventilación radial (fig. D-1, b).

**IV. En dependencia del método de enfriamiento del gas de enfriamiento caliente en la máquina se distinguen:**

- 1) máquinas con sistema de ventilación abierto o estirado, maquinas protegidas o cerradas, en las cuales el gas de enfriamiento es aspirado del local circundante o del exterior y se expulsa al local circundante o al exterior.

Para las maquinas de pequeña y media potencia que funcionan en locales espaciosos con aire puro, la fuente y el lugar de expulsión del aire de enfriamiento en el local en el cual esta instalada la máquina (fig. D-1, b, d).

La toma del gas de enfriamiento del exterior (de la atmosfera) por tuberías y la expulsión del mismo al local circundante se emplea en las máquinas cerradas que funcionan en locales con gas contaminado (fig. D-1, g).

La toma del aire del local circundante y la expulsión del mismo al exterior por tuberías se emplea en las máquinas potentes para evitar el calentamiento excesivo del local.

La toma del gas de enfriamiento del exterior (o de la atmosfera) por tuberías y su expulsión al exterior por tuberías se emplean en las máquinas grandes (por ejemplo, en los hidrogenadores), instaladas en lugares con gas puro, para evitar el calentamiento excesivo del gas en el local y su movimiento con gran velocidad (fig. D-1, e);

- 2) máquinas con sistema cerrado de ventilación, maquinas cerradas, en las cuales circula un volumen constante de gas refrigerante (fig. D-1,f), a veces el enfriador de gas se incorpora en la máquina.

**V. En dependencia de la sustancia que se emplea en calidad de medio refrigerante se distinguen máquinas de enfriamiento por aire, hidrogeno, aceite y agua. En una misma maquina pueden emplearse simultáneamente varias sustancias refrigerantes (por ejemplo, enfriamiento por hidrogeno del rotor, y enfriamiento por aceite del estator del turbogenerador).**

Si el enfriamiento se asegura a cuenta de la evaporación del líquido, el sistema de enfriamiento se llama por evaporación.

**VI. En dependencia del método de enfriamiento de los devanados se distinguen:**

1) máquinas con enfriamiento indirecto (superficial), en el cual el gas o fluido refrigerante no tiene contacto directo con los conductores del devanado;

2) máquinas con enfriamiento directo (interior), en el cual el gas o fluido refrigerante o tiene contacto con los conductores del devanado, o corre por unos canales de enfriamiento especiales, practicados en forma de cajas de paredes finas de material amagnético incorporadas en el devanado, cubiertas de una capa fina de aislamiento. El sistema de enfriamiento interior se emplea en las máquinas eléctricas de gran potencia de alta utilización (por ejemplo, grandes turbo e hidrogeneradores, motores asíncronos cortocircuitados de potencia particularmente alta y únicos.

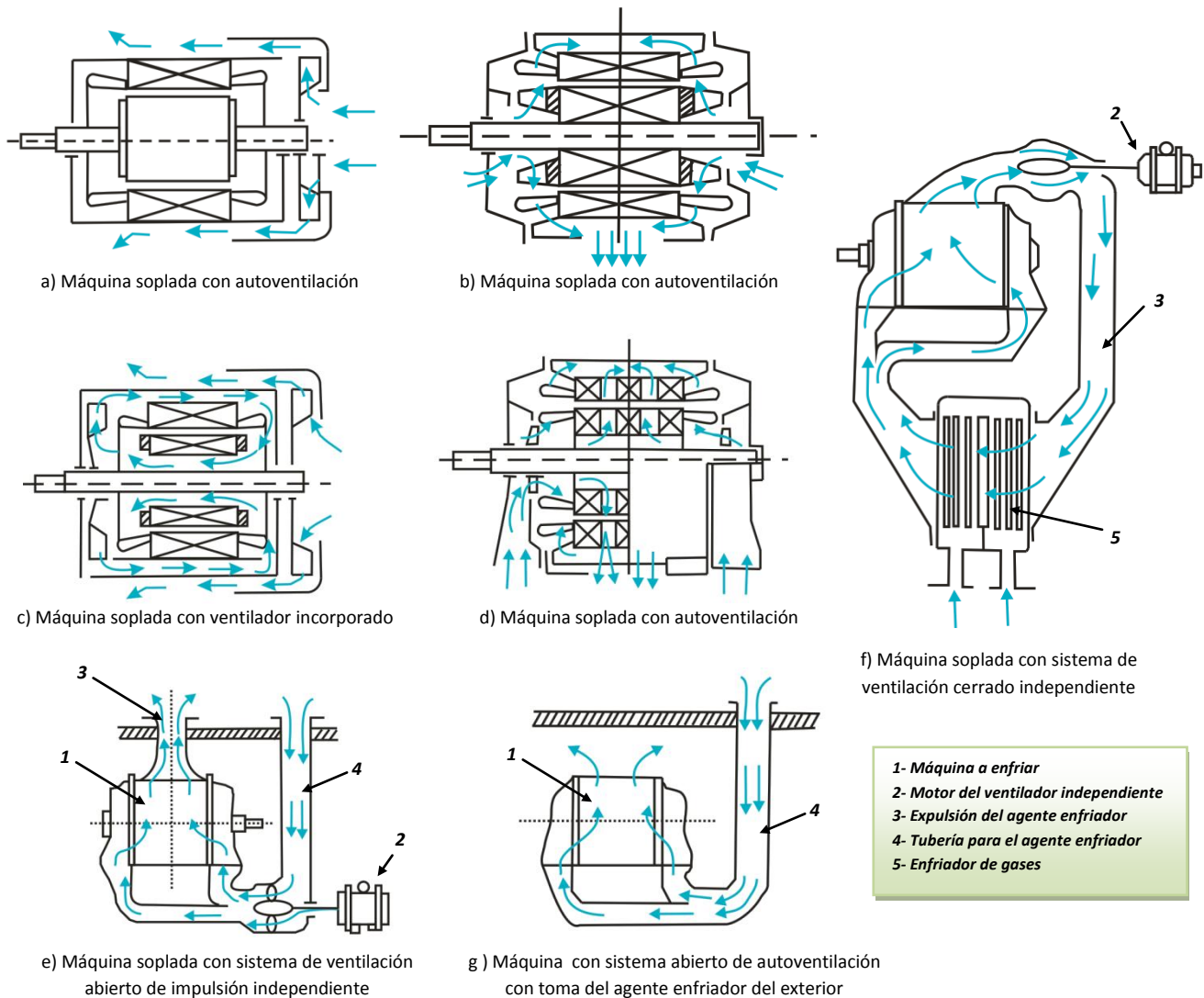


Fig. D-1 Esquema constructivo las máquinas eléctricas con distintos métodos de refrigeración

## APÉNDICE E

# ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TÉRMICO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATORIAS.

El calor producido por las diferentes pérdidas de la máquina da lugar a un aumento de temperatura del elemento en que se desarrolla este calor.

La transmisión de calor al exterior desde los diferentes elementos de la máquina tienen lugar en virtud a dos procesos fundamentalmente distintos: convección y conducción. Estos principios físicos son los que regulan el fenómeno de la transmisión de calor en una máquina eléctrica desde el punto en que se desarrolla hasta el medio ambiente que lo rodea.

La máquina eléctrica es un cuerpo no homogéneo, sin embargo para las finalidades de este apartado se admitirá que la máquina eléctrica rotatoria es un cuerpo perfectamente homogéneo e isotrópico sometido a una fuente de calor en su interior.

Sea:

- Q = Cantidad de calor producido en el interior de la máquina por unidad de tiempo, equivalente a las pérdidas de la máquina [W/m<sup>3</sup>].
- G = Peso del cuerpo [Kg].
- c = Calor específico del cuerpo [J/Kg °C].
- K = Coeficiente de emisión calorífica o de enfriamiento [W/m<sup>2</sup> °C].
- S = Superficie de enfriamiento del cuerpo [m<sup>2</sup>].
- θ = Incremento de temperatura sobre el ambiente [°C]

La curva de calentamiento de una máquina es la gráfica representativa de la función

$$\theta = f(t) \quad (\text{Ec-E1})$$

Si admitimos que la máquina eléctrica es un cuerpo perfectamente homogéneo e isotrópico en el que a su vez el enfriamiento de toda su superficie sea uniforme, la ecuación del calentamiento, en forma diferencial, en un instante cualquiera, será:

$$Q \cdot dt = G \cdot c \cdot d\theta + K \cdot S \theta dt \quad (\text{Ec-E2})$$

Esta ecuación no hace más que traducir matemáticamente el principio general de la conservación de energía.

*“El calor aportado al cuerpo en el tiempo dt debe ser igual al calor absorbido por el cuerpo, más el calor cedido por éste ambiente en el mismo tiempo dt”.*

En el estado de equilibrio cuando se ha alcanzado la temperatura final  $\theta_M$  y todo el calor aportado es igual al calor cedido tendremos:

$$Q \cdot dt = K \cdot S \theta_M dt \quad (\text{Ec-E3})$$

o sea

$$Q = KS\theta_M \quad (\text{Ec-E4})$$

de lo que se deduce que:

$$KS = \frac{Q}{\theta_M} \quad (\text{Ec-E5})$$

valor que, sustituido en la ecuación diferencial (Ec-E2), y después de unas pequeñas transformaciones nos da:

$$Q \left(1 - \frac{\theta}{\theta_M}\right) dt = c \cdot G \cdot d\theta \quad (\text{Ec-E6})$$

y separando variables obtenemos:

$$\frac{Q}{cG} dt = \frac{d\theta}{\frac{\theta_M - \theta}{\theta_M}} \quad (\text{Ec-E7})$$

haciendo:

$$\frac{c \cdot G \cdot \theta_M}{Q} = T \quad (\text{Ec-E8})$$

tendremos finalmente:

$$\frac{dt}{T} = \frac{d\theta}{\theta_M - \theta} \quad (\text{Ec-E9})$$

ecuación diferencial del aumento de temperatura de la máquina ideal en función del tiempo. La resolución de esta ecuación nos da:

$$\frac{1}{T} \int^t dt = \int_0^{\theta_M} \frac{d\theta}{\theta_M - \theta} \quad (\text{Ec-E10})$$

$$\frac{t}{T} = [-\log(\theta_M - \theta) + C]_0^{\theta} M \quad (\text{Ec-E11})$$

Y haciendo  $C = \log k$ , siendo  $k$  una nueva constante, tendremos:

$$-\frac{t}{T} = \log \frac{\theta_M - \theta}{k} \quad (\text{Ec-E12})$$

o sea

$$e^{-\frac{t}{T}} = \frac{\theta_M - \theta}{k} \quad (\text{Ec-E13})$$

El valor de las constantes C o k se deduce de las condiciones iniciales.

Para  $t=0, \theta=0$ , de donde  $k=\theta_M$ , resultando:

$$\theta = \theta_M \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (\text{Ec-E14})$$

La evaluación de temperatura sigue, pues, una curva exponencial.

Observamos que  $T$  no es más que el tiempo necesario para llevar la máquina a la temperatura máximo  $\theta_M$  si no se refrigerase, es decir, si todo el calor se aplicase en incrementar la temperatura. Se le da el nombre de constante de tiempo de la máquina.

En efecto, la ecuación diferencial del calentamiento, en este caso, sería:

$$Q \cdot dt = c \cdot G \cdot d\theta \quad (\text{Ec-E15})$$

$$dt = \frac{cG}{Q} d\theta \quad (\text{Ec-E16})$$

Y

$$\int_0^T dt = \int_0^{\theta_M} \frac{cG}{Q} d\theta \text{ o sea } T = \frac{cG\theta_M}{Q} \quad (\text{Ec-E17})$$

Señalamos también que la tangente geométrica a la curva de calentamiento en cualquier punto de ésta determinada sobre la recta asintótica un segmento  $AN=BM=T$

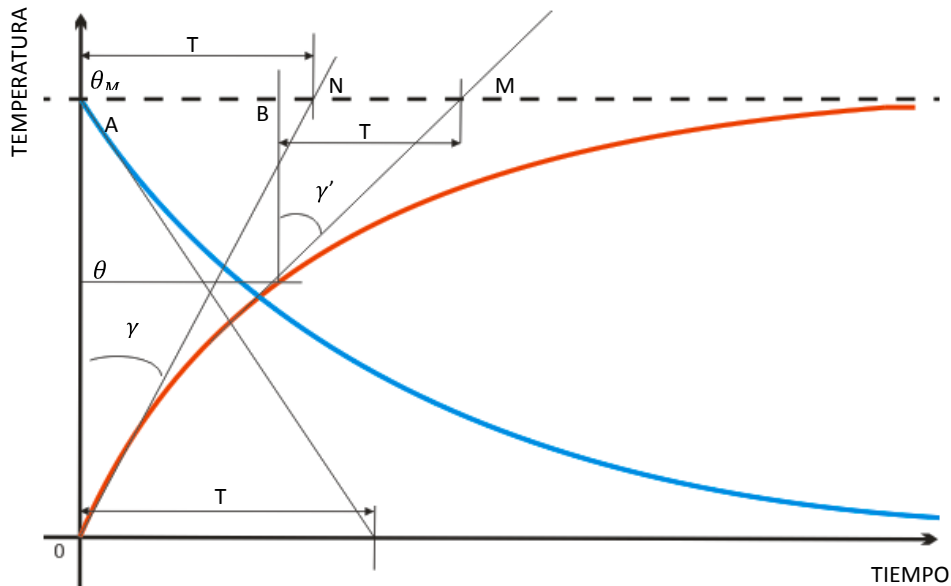


Fig. E-1 Curva de calentamiento y de enfriamiento de una máquina eléctrica

Efectivamente, de esta figura se desprende que:

$$tg \gamma = \frac{AN}{\theta_M - 0} = \frac{dt}{d\theta} = \frac{T}{\theta_M - 0} \quad (\text{Ec-E18})$$

$$tg \gamma = \frac{BM}{\theta_M - \theta} = \frac{dt}{d\theta} = \frac{T}{\theta_M - \theta} \quad (\text{Ec-E19})$$

de donde:

$$T = (\theta_M - 0)tg \gamma = (\theta_M - \theta)tg \gamma \quad (\text{Ec-E20})$$

o sea:

$$T = AN = BM \quad (\text{Ec-E21})$$

Esta deducción permite, pues, el cálculo gráfico de  $T$ .

Si escribimos la ecuación diferencial en la forma:

$$\theta = \theta_M - T \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{Ec-E22})$$

Y hacemos  $\frac{d\theta}{dt} = x$ , la ecuación del aumento de temperatura se reduce a

$$\theta = \theta_M - T \cdot x \quad (\text{Ec-E23})$$

La cual nos representa una recta, que da para  $x = 0$

$$\theta = \theta_M \quad (\text{Ec-E24})$$

En virtud de este resultado algunas normas sobre máquinas eléctricas, recomiendan para determinar la elevación máxima de temperatura, el método gráfico siguiente:

- Se miden en la parte inicial de la curva de calentamiento, obtenida experimentalmente, los aumentos de temperatura  $\Delta\theta$  correspondiente a intervalos de tiempo pequeños e iguales  $\Delta t$  y de estos aumentos o múltiplos de ellos se llevan a la izquierda del eje de ordenadas como abscisas de  $\theta$ . Uniendo estos puntos, que deberán hallarse aproximadamente sobre una recta, la intersección de esta recta con el eje de ordenadas nos dará la elevación máxima de temperatura  $\theta_M$  que alcanzara la máquina. Con esto resulta innecesario mantener el ensayo de calentamiento un tiempo excesivo, basta con una corta fracción inicial del mismo.



En realidad, las curvas de calentamiento de las máquinas eléctricas no son completamente exponenciales y se apartan tanto más de la teórica cuanto mayor importancia tenga la conducción del calor en el interior de la máquina. Sin embargo, la exactitud del procedimiento gráfico anterior para determinar  $\theta_M$  es, por lo menos, la misma que la que nos daría una prueba de calentamiento continuo.

Si una vez la máquina ha alcanzado la máxima temperatura se interrumpe el funcionamiento y por tanto el suministro de calor, aquella comenzará a enfriarse y la curva de enfriamiento en la máquina ideal responderá a la ecuación:

$$\theta = \theta_M e^{-\frac{t}{T}} \quad (\text{Ec-E25})$$

Obsérvese la analogía entre las ecuaciones de calentamiento y enfriamiento de la máquina ideal con las que nos dan las corrientes en los períodos variables de cierre y cese de la f.e.m. en un circuito inductivo de corriente continua:

$$i = l \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad \text{e} \quad i = l e^{-\frac{t}{T}} \quad (\text{Ec-E26})$$

En las que:

$l = \text{corriente de régimen} = \frac{E}{R} = \frac{\text{f.e.m. aplicada}}{\text{resistencia}}$ ;  $T = \frac{L}{R} = \text{constante de tiempo del circuito}$ ;  $L = \text{coeficiente de autoinducción}$ .

Para terminar, señalamos que prácticamente al cabo de un tiempo igual a tres veces la constante de tiempo  $T$  de la máquina, ésta alcanza sensiblemente su temperatura final de equilibrio.

Como resumen y partiendo de la ecuación del estado de equilibrio

$$Q = KS\theta_M \quad (\text{Ec-E27})$$

Podemos deducir las siguientes importantes conclusiones:

1. Siempre se puede aumentar la potencia de una máquina mejorando su sistema de ventilación. Basta que  $K$  aumente proporcionalmente al aumento de las pérdidas para que  $\theta_M$  permanezca invariable.
2. A medida que aumenta el tamaño de una serie de máquinas del mismo tipo es preciso mejorar su sistema de refrigeración, ya que al incrementar las dimensiones, conservando los mismos valores de la inducción  $B$  y de la densidad de corriente, el incremento de temperatura máximo

$$\theta_M = \frac{Q}{KS} \quad (\text{Ec-E28})$$

aumenta, por cuanto las pérdidas de la máquina  $Q$  son proporcionales al volumen y por tanto efectuadas del factor  $l^3$ , en tanto que el denominador  $S$  lo que es del factor  $l^2$ .

En consecuencia, el aumento de temperatura resulta proporcional a  $l$ .

$$\theta_{1M} = \frac{Q_1}{KS_1} = \frac{Q \cdot l^3}{KS l^2} = \theta_M \cdot l \quad (\text{Ec-E29})$$

Siendo  $l$  el coeficiente de proporcionalidad dimensional.

Si deseamos conservar el mismo aumento de temperatura al incrementar las dimensiones de una máquina eléctrica, habrá que aumentar el coeficiente  $K$  o reducir sus pérdidas  $Q$ , limitado a la inducción del circuito magnético y a la densidad de corriente en los circuitos eléctricos, lo que implica una limitación en la utilización del material, cosa no deseable.

3. La necesidad de llevar a cabo ensayos de calentamiento. La constante  $K$  depende, aparte de la ventilación, de un gran número de condiciones secundarias (forma de las paredes, rugosidad, dirección de las venas fluidas, etc.) que no admiten unas bases de cálculo precisas para obtener un resultado exacto.

## APÉNDICE F

### TEMPERATURAS LÍMITES DE LOS MATERIALES AISLANTES.

CLASE DE AISLAMIENTO	TEMPERATURA ADMISIBLE PARA UNA TEMPERATURA AMBIENTE DE 40°C	TEMPERATURA LIMITE MÁXIMA DEL PUNTO MÁS CALIENTE	DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES
Y(O)	50 °C	90 °C	<i>Algodón, seda, papel, u otros materiales orgánicos ni impregnados ni sumergidos en materias líquidas aislantes</i>
A	65 °C	105 °C	<i>1.-Cualquiera de los materiales anteriores sumergidos o impregnados en dieléctricos líquidos. 2.-Esmaltes y barnices aplicados a los conductores. 3.-Películas y laminas de acetato de lulosa u otros productos celulósicos. 4.-Materiales moldeados y laminados que tengan relleno celulósico o resinas fenólicas u otras resinas de propiedades similares.</i>
E	80 °C	120° C	<i>Aislamiento compuesto de materiales que, por experiencia o por ensayos reconocidos, muestran poseer una estabilidad térmica que les permite soportar temperaturas 15°C superiores a las de los materiales de la clase A (nylon, poliéster, esmaltes de CPV y resinas fenólicas, triacetatos de celulosa, tereftalato de polietileno, etc.)</i>
B	90 °C	130 °C	<i>Aislamiento compuesto de materiales inorgánicos (mica, fibra de vidrio, amianto, etc.) combinados con pequeños porcentajes de materiales de la clase A.</i>
F	115 °C	155 °C	<i>Los materiales del grupo anterior con un aglutinante que posee una estabilidad térmica tal que pueden ser utilizados a una temperatura 25° C superiores a los materiales de la clase B (barnices sintéticos de siliconas y poliuretanos).</i>
H	140 °C	180 °C	<i>1.-Mica, asbesto, fibra de vidrio y materiales inorgánicos similares con sustancias aglomerantes a base de compuestos de silicona. 2.-Compuestos de silicona en forma de goma o resina o materiales con propiedades dieléctricas y de temperatura equivalentes.</i>
C	Sin limite de temperatura		<i>Materiales exclusivamente inorgánicos: mica pura, porcelana, vidrio, cuarzo y materiales similares en forma pura (lana de vidrio, cintas aislantes, etc.</i>

## APÉNDICE G

### VALORES APROXIMADOS DEL COEFICIENTE DE TRASFERENCIA DE CALOR CONVECTIVO

MECANISMO		h, Btu/hr ft <sup>2</sup> °F	h, W/(m <sup>2</sup> °K)
Convección libre	Gases en general	0.35 – 8.80	2 - 50
	Aire	1 - 10	5 - 50
	Líquidos en general	8.80 – 176.11	50 - 1 000
	Agua	8.80 – 26.41	50 - 150
Convección Forzada	Gases en general	4.40 – 52.83	25 - 300
	Aire	5 – 50	25 - 250
	Líquidos en general	3.52 – 3 522	20 - 20 000
	Agua	50 - 3 000	250 - 15 000
Convección con cambio de fase, ebullición.	Agua en ebullición	500 - 5 000	25 000 - 25 000
Convección con cambio de fase, Condensación.	Vapor de agua en condensación	1 000 - 20 000	5 000 - 100 000
Aceites		10 - 120	60 - 700

COEFICIENTE GLOBAL DE TRASFERENCIA DE CALOR			
CORRIENTE CALIDA	CORRIENTE FRIA	Btu/hr ft <sup>2</sup> °F	h, W/(m <sup>2</sup> °K)
Agua	Agua	140 -280	86 – 1400
Solventes orgánicos	Agua	45 - 130	215 – 645
Gases	Agua	2.6 - 45	13 – 215
Aceites livianos	Agua	60 -160	300 – 770
Aceites Pesados	Agua	10 - 45	50 – 215
Solventes orgánicos	Aceites livianos	20 - 70	100 - 345
Agua	Salmuera	105 - 210	515 -1030
Solventes orgánicos	Salmuera	26 - 90	130 – 430
Gases	Salmuera	2.6 - 45	13 -215
Solventes orgánicos	Solventes orgánicos	20 - 62	100 - 300
Aceite pesado	Aceite pesado	8 - 44	40 – 215
Vapor	Agua	260 - 700	1290 – 344
Vapor	Aceites livianos	44 - 140	215 - 690
Vapor	Aceite pesado	9 - 80	40 – 390
Vapor	Solventes orgánicos	105 - 210	515 – 1030
Vapor	Gases	3.5 -35	17 -170

Donde: 1 Btu/ft<sup>2</sup> hr °F = 5.678 W/m<sup>2</sup> °K = 4.882 kcal/hr m<sup>2</sup> °C